Test einer effektiven Wechselwirkung an der Isotopieverschiebung im Blei

I N A U G U R A L D I S S E R T A T I O N

zur Erlangung der Doktorwürde

der

Freien Universität Berlin

Fachbereich Physik

Vorgelegt von

Joachim Gruber

aus Stettin

- September 1973 -

Test einer effektiven Wechselwirkung an der Isotopieverschiebung im Blei

I N A U G U R A L D I S S E R T A T I O N

zur Erlangung der Doktorwürde

der

Freien Universität Berlin

Fachbereich Physik

Vorgelegt von

Joachim Gruber

aus Stettin

- September 1973 -

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

1. Gutachter : Priv.- Doz. Dr. D.H.E. Groß

2. Gutachter : Prof. Dr. B. Hampecht

Tag der Promotion : 23. 11. 73

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Zusammenfassung	1
(I) Isotopieverschiebung durch Ankopplung der Breathing Mode	2
(II) Bestimmung der effektiven Wechselwirkung	
(1) Vergleich von zwei verschiedenen Wechselwirkungen	9
(2) Bestimmung der effektiven Wechselwirkung aus dem Verhältnis von Potentialvariation zu Dichtevariation	1o
(III) λ_{min}-Werte für gemessene optische Potentiale und Dichten	2o
(IV) Die Änderung des mittleren quadratischen Radius	34
(V) Diskussion der Veränderung der Vertizes bei Veränderung der Parameter	
(1) Einfluß der Symmetrieenergie	36
(2) Einfluß vom Unterschied Δc zwischen Dichte- und Potentialradius und von der Einteilchenpotentialtiefe V_o	4o
(3) Einfluß vom Radius der Dichteverteilung	43
(VI) Schlußbetrachtung	46
(VII) Literaturverzeichnis	47

Digitized by the Internet Archive
in 2026

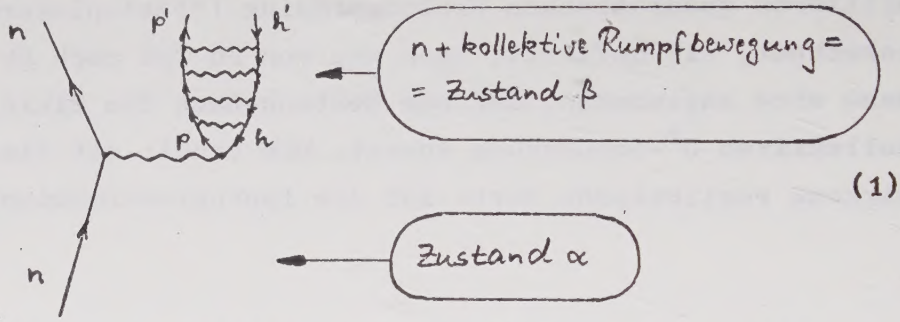
https://archive.org/details/IA41547615_0007

Zusammenfassung

Die Variation des effektiven Einteilchenpotentials ist gleich der effektiven Teilchen-Loch-Wechselwirkung multipliziert mit der entsprechenden Variation der Einteilchendichte. Bei Verwendung realistischer Parameter für die Potentiale und die Dichteverteilungen wird die effektive Teilchen-Loch-Wechselwirkung bestimmt. Sie ist im Kerninneren abgeschwächt und steigt an der Oberfläche an. Mit dieser Wechselwirkung wird die Änderung des mittleren quadratischen Protonenradius ("Isotopieverschiebung") berechnet, die auftritt, wenn man von Pb 2o8 nach Pb 2o7 geht. Dazu wird angenommen, daß das Neutron-Loch den Bleirumpf zu einer kollektiven 0^+-Schwingung anregt. Man erhält mit dieser Wechselwirkung realistische Werte für die Isotopieverschiebung.

(I) ISOTOPIEVERSCHIEBUNG DURCH ANKOPPLUNG DER "BREATHING-MODE"

Es wird die Isotopieverschiebung im Blei im Rahmen der Vielkörpertheorie berechnet. Dabei wird angenommen, daß das zusätzliche Neutron oder Neutron-Loch (letzterer Fall wird in Zukunft auch ohne ausdrückliche Erwähnung mit eingeschlossen) den Rumpf - das Pb 2o8 also - zusätzlich kollektiv anregt(siehe (1)). Der kollektive Zustand wird im Rahmen der RPA beschrieben.

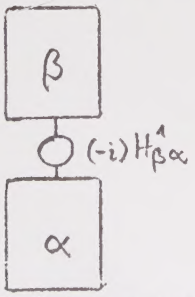


(1)

Da man die Änderung des mittleren quadratischen Radius mißt und r^2 keine Winkelabhängigkeit hat, tragen nur Monopol-Anregungen in β zum $\langle r^2 \rangle$ bei ("breathing-mode").

(1) beschreibt die Verkopplung von zwei linearen Systemen α und β . Die folgenden Aussagen gelten daher allgemein für lineare Systeme, z.B. Pendel, und nicht nur für quantenmechanische Systeme.

Wenn ein System β durch ein System α gestört wird, bewegt es sich mit der Amplitude (siehe z.B. Landgraf S.57, S.61):



$$x_\beta(s) = \text{Anfangsterm} + \mathcal{K}_{\beta\beta}(s)(-i)H^1_{\beta\alpha}\, x_\alpha(s) \qquad (2)$$

$$s = -i\omega - \delta$$

Diese Gleichung ist die Laplacetransformierte ($s=-i\omega-\delta$) der linearen Differentialgleichung (Bewegungsgleichung) für das System β .

Der Anfangsterm ist Null, wenn die Anfangsauslenkung im System β zu Null gewählt wurde.
Die Systeme α, β entsprechen, wie man sieht, in unserem Fall den quantenmechanischen Zuständen α und β aus (1). Es sind Eigenzustände zum ungestörten Schalenmodell-Hamiltonoperator $\underline{H}_o$. Die Kopplung $\underline{H}^1$ ist die Restwechselwirkung. In unserem Fall führt $H^1_{\beta\alpha}$ vom ungestörten Grundzustand α von Pb 2o9 zum angeregten Zustand β . $\underline{K}$ ist der gestörte globale Vielteilchenpropagator (siehe Baranger (1967)p.515) für Pb 2o9.
Das System α bewegt sich frei (, es wird nämlich durch keine Eingangsgröße gestört). Seine Amplitude variiert daher zeitlich mit der ungestörten Eigenfrequenz E_α .
Die Kopplung $\underline{H}^1$ wird -so ist die quantenmechanische Verabredung- adiabatisch angeschaltet. Das bedeutet, daß das System β so allmählich an α angekoppelt wird, daß keine Eigenschwingungen von β auftreten. Das ist gleichbedeutend mit der Forderung, daß im gesamten verkoppelten System keine Einschwingungsvorgänge auftreten sollen.
Durch das adiabatische Ankoppeln bewegt sich β mit der Treiberfrequenz E_α , und zwar mit der Amplitude $\mathcal{K}_{\beta\beta}(E_\alpha)(-i)\, H^1_{\beta\alpha}$, wenn die Treiberamplitude $x_\alpha = 1$ ist.
Den stationären Zustand des gesamten verkoppelten Systems, der hier nach dem adiabatischen Anschalten der Restwechselwirkung entsteht, nennt man in der Quantenmechanik Grundzustand $|\psi_o\rangle$.
Er hat prinzipiell erst einmal die beiden Komponenten $\langle\alpha|\psi_o\rangle$ und $\langle\beta|\psi_o\rangle$. Dabei bedeutet $\langle\alpha|\psi_o\rangle$ die Amplitude dafür, daß der Grundzustand von Pb 2o9 nur ein Neutron im Zustand α zusätzlich zum unangeregten Pb 2o8-Rumpf enthält. α bezeichnet dabei die Schalenmodellquantenzahlen n l j (für die radiale Knotenzahl, den Bahndrehimpuls und den Gesamtdrehimpuls) des Neutrons.
Die Amplitude $\langle\beta|\psi_o\rangle$ gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit der kollektive Zustand aus (1) zusätzlich zum Neutron vorhanden ist.

Man schreibt daher auch (Barrett p.129) mit $|\psi_0\rangle \equiv |\overline{jm}\rangle$ und $\langle\beta|\psi_0\rangle = x_{p'h'}$

$$|\overline{jm}\rangle = |h=0, p=0, n; jm\rangle + \sum_{p'h'} x_{p'h'} |h', p', n; jm\rangle \qquad (3)$$

Die Amplituden $x_{ph'}$ sind identisch mit den $x_\beta(E_\alpha)$ aus (2).

$$x_\beta = x_{p'h'} = \mathcal{K}_{\beta\beta}(E_\alpha)(-i) H^1_{\beta\alpha} x_\alpha$$

x_α ist (s.o.) die Amplitude im ungestörten Grundzustand von Pb 2o9. Sie ist

$$x_\alpha = 1$$

Zur Vereinfachung wird der Prozeß (1) weiter spezialisiert:
Man betrachtet nur noch den Rumpf (Pb 2o8) und nimmt an, daß er (durch das zusätzliche Neutron) statisch, d.h. mit der Frequenz 0 angeregt wird.
Man beschreibt jetzt also nicht mehr den Pb 2o9-Kern, sondern einen Pb 2o8-Kern, der sich voraussetzungsgemäß nur noch kollektiv bewegen kann (andere Bewegungsarten liegen energetisch höher und werden deshalb schwächer angeregt. Die Anregungsamplituden davon werden vernachlässigt). Er wird - wie gesagt- mit einer Frequenz (E=0) angeregt. Die Anregungsamplitude ist wieder wie in (2) durch den entsprechenden Propagator gegeben. Jetzt ist $\underline{\mathcal{K}}$ aber der Propagator für das Pb2o8-System.
Im Folgenden wird die Rumpfbewegung durch die RPA beschrieben. Der Propagator ist daher der Teilchen-Loch-Propagator in Random-Phase-Näherung.
Nach Easlea p.7-1o erfüllt dieser Propagator die RPA-Gleichung ($\underline{\mathcal{K}}(E)$ im Easlea entspricht in unserer (≡ Barangers) Notation $i\underline{\mathcal{K}}(E)$):

$$i\,\underline{M}(E)\,\underline{\mathcal{K}}(E) = \underline{E} \qquad (5)$$

$\underline{M}(E)$ ist die Matrix

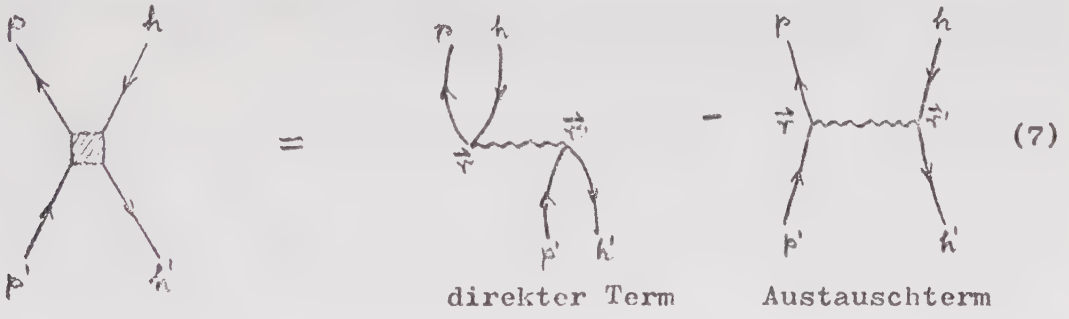
$$\underline{M}(E) = \begin{pmatrix} \underline{A} - E\underline{E} & \underline{B} \\ \underline{B}^* & \underline{A}^* + E\underline{E} \end{pmatrix} \qquad (6)$$

wobei $\underline{A}$ die antisymmetrisierte Wechselwirkungsmatrix sein soll:

$$\underline{A} = \{A_{ph',hp'}\}\ ;\ A_{ph',hp'} = \delta_{pp'}\delta_{hh'}(\varepsilon_p - \varepsilon_h) + \langle ph|V_{res}|p'h'\rangle$$

ε_p und ε_h sind die Einteilchen-Schalenmodell-Energien über und unter der Fermikante. Bei uns unterscheiden sich die Quantenzahlen von p und h nur im radialen Teil.n. Da $\varepsilon_p - \varepsilon_h$ für $\Delta n = 1$ schon 14 MeV beträgt, läßt man höhere Δn außer Betracht. Teilchen-Loch-Anregungen, bei denen sich die Quantenzahlen l und j des Teilchens von denen des Lochs unterscheiden, tragen nicht zur Isotopieverschiebung bei.

Man stellt die Matrixelemente $V_{ph',hp'}$ der als lokal angenommenen Restwechselwirkung V_{res} auch so dar:



direkter Term Austauschterm (7)

Der direkte Term hat die analytische Form:

$$\iint d\vec{r}\,'d\vec{r}\ \psi_p^*(\vec{r})\,\psi_{h'}^*(\vec{r}\,')\,v(\vec{r},\vec{r}\,')\,\psi_h(\vec{r})\,\psi_{p'}(\vec{r}\,') \qquad (7a)$$

und der Austauschterm lautet:

$$\iint d\vec{r}\,'d\vec{r}\ \psi_p^*(\vec{r})\,\psi_{h'}^*(\vec{r}\,')\,v(\vec{r},\vec{r}\,')\,\psi_{p'}(\vec{r})\,\psi_h(\vec{r}\,') \qquad (7b)$$

Die Grundzustandskorrelationen werden durch die Matrix $\underline{B}$ mit in die Rumpfbewegung aufgenommen:

$$\underline{B} = \{ \langle ph, p'h' | V_{res} | \rangle \} = V_{pp',hh'}$$

Graphisch stellt man $V_{pp',hh'}$ so dar:

und analytisch :

direkter Term: $$\iint d\vec{r}'\, d\vec{r}\; \psi_p^*(\vec{r})\, \psi_{p'}^*(\vec{r}')\, v(\vec{r},\vec{r}')\, \psi_h(\vec{r})\, \psi_{h'}(\vec{r}') \qquad (8a)$$

Austauschterm: $$\iint d\vec{r}'\, d\vec{r}\; \psi_p^*(\vec{r})\, \psi_{p'}^*(\vec{r}')\, v(\vec{r},\vec{r}')\, \psi_{h'}(\vec{r})\, \psi_h(\vec{r}') \qquad (8b)$$

In unserem Fall sind alle Matrixelemente reell, weil die Wellenfunktionen reell sind (es sind Oszillator-Wellenfunktionen).
Die Wechselwirkung soll eine Kontaktkraft sein, die nur noch vom Abstand zum Kernzentrum abhängt(vgl.(18)):

$$v(\vec{r},\vec{r}') = F(r)\, \delta(\vec{r}-\vec{r}')$$

Bei dieser Kraft ist es sinnlos, Austauschterme (der Form (7b), (8b)) zu definieren. Man hat nur die beiden direkten Terme (7a) und (8a). Da die Wellenfunktionen reell sind, folgt aus der Annahme der Kontaktkraft, daß (7a)=(8a), d.h. die Matrixelemente von $\underline{B}$ sind identisch mit denen der Matrix $\underline{A}$, wenn man von den ungestörten Anregungsenergien $\varepsilon_p - \varepsilon_h$ in der $\underline{A}$ -Diagonalen absieht.
Wir interessieren uns nur für die Stelle E=0 in (5), da wir das Systemverhalten von Pb 2o8 nur dort brauchen.
Da die Amplituden $x_{ph'}$ der kollektiven Anregung im Wesentlichen

gleich dem RPA-Propagator $\underline{K}(E=0)$ der kollektiven Bewegung (siehe (4)) ist, formen wir (5) um:

$$\underline{K}(E=0) = (-i)\,\underline{M}(E=0)^{-1} \quad , \tag{9}$$

und das setzen wir in (4) ein. Wir erhalten als Anregungsamplituden $\{x_{ph}\} = \vec{x}$:

$$\vec{x} = (-i)\,\underline{M}(E=0)^{-1}\,(-i)\,\vec{F} \tag{10}$$

oder

$$\underline{M}(E=0)\,\vec{x} = -\vec{F} \tag{11}$$

mit $\vec{F} = \{\langle ph'n|H^1|n\rangle\}$. $\vec{F}$ ist der unterste Vertex in (1).
Wegen der erwähnten Identität von $\underline{A}$ und $\underline{B}$ kann man das Gleichungssystem (11) verkleinern, indem man schreibt:

$$\sum_{p'h'} \left[(\varepsilon_p - \varepsilon_h) + 2\,V_{ph,h'p'}\right] x_{p'h'} = -F_{ph,n} \tag{12}$$

wobei jetzt nur noch über zeitlich vorwärtslaufende (ph')-Zustände (siehe (7)) summiert wird.
Wenn $\underline{K}(E)$ für eine bestimmte Wahl der Wechselwirkungsparameter einen Pol hat (und damit $\det(\underline{M}(E=0)) = 0$ wird), heißt das, daß die kollektive Bewegung des Rumpfs eine Eigenschwingung bei E = 0 hat.
Wenn ein System von außen mit seiner Eigenfrequenz angetrieben wird, wächst seine Schwingungsamplitude proportional mit der Zeit (sog. Resonanzkatastrophe). Das System β in (1) hat als Eigenfrequenz die Energie der kollektiven Bewegung plus die Energie E_α, die Energie des Einteilchenzustands für das Neutron (Baranger (1967)). Wenn die Energie der kollektiven Bewegung o ist, also $\underline{K}(E=0)$ einen Pol hat, dann hat das System β dieselbe Eigenfrequenz wie α. Die

Kopplung von β an α führt zu der erwähnten Resonanzkatastrophe, die in diesem Fall Phasenübergang genannt wird, da das System infolge der Kopplung in den Zustand β übergeht.
Da man die kollektive Bewegung des Pb 2o8 im Zustand β experimentell noch nicht gefunden hat, nimmt man an, daß sie energetisch höher als etwa 7 MeV liege. Bis dahin hat man experimentell gesucht. Eine andere Möglichkeit wäre, daß diese Eigenschwingung zwar im experimentell durchsuchten Energiebereich liegt, aber in einen anderen Zustand zerfällt, so daß sie energe tisch zu breit und experimentell übersehen worden ist. Den Zerfall von β müßte man in (1) noch berücksichtigen. Das ist hier nicht geschehen, da einige Modellannahmen zur Berechnung der Amplitude in β zuvor noch geprüft werden müssen, z.B. wurde als Einteilchenpotential für die Lage und Wellenfunktionen der Teilchen-Loch-Zustände zur Rechenvereinfachung ein Oszillatorpotential statt eine Woods-Saxon-Potentials verwendet. Da das Teilchen (der Teilchen-Loch-Zustände) wie gesagt etwa 14 MeV energetisch höher liegt als das Loch, die Fermikante beim Pb 2o8 aber nur etwa 5 MeV unter der Schwelle zum Kontinuum liegt, liegen Teilchenzustände im Kontinuum. Das wurde in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Es wurde wegen dieser stark vereinfachenden Annahmen der Zerfall der kollektiven Bewegung außer Betracht gelassen und nur untersucht, ob die Wechselwirkung zu einer von Null verschiedenen, hohen Eigenenergie der kollektiven Bewegung führt, und wenn ja, wie groß dann die Isotopieverschiebung wird.

(II) BESTIMMUNG DER EFFEKTIVEN WECHSELWIRKUNG

(1) Vergleich von zwei verschiedenen Wechselwirkungen

Migdal hat die Isotopieverschiebung bei einer großen Anzahl von Kernen mikroskopisch berechnet(Migdal (1967) Chapter 3.5, Migdal (1968) Chapter 4-4). Dabei hat er die Wechselwirkung ad hoc dichteabhängig angenommen (vgl.(32b))und mit 4 Parametern f_o, f'_o,$(f_o)_{ext}$,$(f'_o)_{ext}$ kernunabhängig so festlegen können, daß die experimentellen Werte gut wiedergegeben werden (Migdal (1967) p.269, Migdal (1968) p.55). Der Parameter f_o ist mit der Kompressibilität (von Kernmaterie) verknüpft (vgl.(3o) und (3oa)), f'_o ist mit der Symmetrieenergie in der Weizsäcker-Massenformel verbunden. Während der aus f'_o errechnete Wert für die Symmetrieenergie gut mit dem experimentellen Wert dafür übereinstimmt (es ergibt sich $2o \lesssim \beta \lesssim 35$ MeV), ergibt sich aus f_o eine um den Faktor 1,5 bis 4 zu große Kompressibilität.

Ring, Speth und Mitarbeiter haben die von Migdal angenommene Wechselwirkung verwendet und die 4 Parameter durch Berechnung der Einteilchenniveaus, Übergangswahrscheinlichkeiten und Multipolmomente (elektrische und magnetische) in der Blei-Gegend neu bestimmt. Darüberhinaus errechnete Jakubaßa einen allgemein angenommenen Energiewert für die Breathing-Mode im Blei, indem sie f-Parameter verwendete, die gegenüber denen von Ring leicht verändert wurden(siehe (32b) und (46) bis (48)). Die neuen f-Parameter liefern realistische Werte für die Symmetrieenergie und die Kompressibilität. Die Dichteparameter c_ϱ und $t_\varrho = 4a_\varrho \ln 3$ (Halbwertsbreite und Diffuseness) stimmen nicht mit den experimentell bestimmten überein (siehe (36),(46) bis (48)).

Ebenfalls realistische Werte für die Symmetrieenergie und die Kompressibilität erhält Groß mit einer nicht angesetzten und angepaßten, sondern mikroskopisch berechneten effektiven Wechselwirkung. Groß hat eine von Migdal abgeleitete Beziehung (Migdal (1967) pp.2o3 -213, Migdal (1968) pp.68,69,8o,81) zwischen der

Änderung der Dichte und der des Einteilchenpotentials bei Hinzufügen eines Nukleons zum Kern erweitert, um die effektive Wechselwirkung zu berechnen. Er kann dazu die realistischen Parameter des optischen Potentials und der Dichte verwenden. Die Wechselwirkung wird also durch z.B. Streuexperimente oder μ-mesonische Atome festgelegt. Es stellt sich heraus, daß auch diese Wechselwirkung zum Außenraum hin ansteigt.
Im Folgenden wird in groben Zügen dargestellt, wie man zu der Dichte-Potential-Beziehung kommt.

(2) Bestimmung der effektiven Wechselwirkung aus dem Verhältnis von Potentialvariation zu Dichtevariation

Die Wirkung des Neutrons auf den Rumpf kann als Wirkung eines äußeren Feldes aufgefaßt werden.(Migdal (1967) p.2o3, p.135), das vom Neutron ausgeht. Der Zuwachs $\underline{\delta G}$ der Greensfunktion, der durch dieses Feld zusätzlich zur Greensfunktion ohne dieses Feld ($\underline{G}$) erzeugt wird, läßt sich in 1.Ordnung, was das Feld angeht, schreiben (Migdal(1967) p. 135, Migdal(1968) p.61) :

$\underline{\delta G}$ = (13)

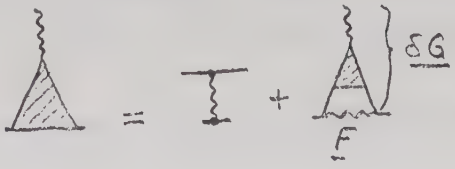
= = $\underline{G}\,\underline{\delta V}\,\underline{G}$ (14)

Man berücksichtigt die Wechselwirkung, die für die Polarisation des Mediums verantwortlich ist, in ∞ Ordnung. Wenn man auch das Feld in ∞ Ordnung berücksichtigt, erhält man :

$$\underline{\delta G} = \underline{\tilde{G}} - \underline{G} = \underline{G}\,\underline{\delta V}\,\underline{\tilde{G}} \qquad (15)$$

$\underline{\tilde{G}}$ ist die Greensfunktion für das durch das Feld polarisierte Medium. Man sieht also, daß das optische Potential, zu dem die

Greensfunktion $\underline{G}$ gehört nach dem Hinzufügen des Neutrons um $\underline{\delta V}$ aus (14) geändert wird.
Die Änderung des Potentials ist umgekehrt wieder mit der Änderung der Greensfunktion verbunden über:

$\underline{\delta V}$ =  $= \underline{F}\,\delta\varrho^{\circ} + \underline{F}\,\underline{\delta G}$ (16)

$\underline{F}$ ist die effektive Wechselwirkung im Kern, im ersten Summanden ist sie die Wechselwirkung zwischen dem zusätzlichen Neutron und anderen Nukleonen, im zweiten Summanden ist sie die Teilchen-Loch-Wechselwirkung. $\underline{F}$ ist zeitlich nicht ausgedehnt (eine δ - Funktion in der Zeit). Daher muß $\underline{\delta G}(t_1,t_2)$ für $t_2 = t_1+0$ eingesetzt werden, und dann wird $\underline{\delta G}$ identisch mit der Dichtematrix.
$\delta\varrho^{\circ}$ ist die Dichteänderung im Zustand, den das zusätzliche Neutron einnimmt. Für Pb 2o9 ist $\delta\varrho^{\circ} = \delta\varrho_{\lambda\lambda} = 1$
(16) wird damit zu

$$\delta V_{\lambda_1\lambda_2} = \sum_{\lambda\lambda'} \langle \lambda_1\lambda_2 | F | \lambda\lambda' \rangle \, \delta\varrho_{\lambda\lambda'} \tag{17}$$

Für eine lokale Kontaktkraft

$$F = F_0(\vec{r}) \, \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \, \delta(\vec{r}_2 - \vec{r}_3) \, \delta(\vec{r}_3 - \vec{r}_4) \, \delta(\vec{r} - \vec{r}_4) \tag{18}$$

erhält man

$$\delta V_{\lambda_1\lambda_2} = \sum_{\lambda\lambda'} \int d\vec{r} \, F_0(\vec{r}) \, \psi_{\lambda_1}(\vec{r}) \, \psi_{\lambda_2}(\vec{r}) \, \psi_{\lambda}(\vec{r}) \, \psi_{\lambda'}(\vec{r}) \, \delta\varrho_{\lambda'\lambda} \tag{19}$$

(da alle Wellenfunktionen reell sind, fehlen die $*$ - Zeichen in (19)). Weil

$$\sum_{\lambda\lambda'} \delta\varrho_{\lambda\lambda'} \, \psi_{\lambda}(\vec{r}) \, \psi_{\lambda'}(\vec{r}) = \delta\varrho(\vec{r}) \quad , \tag{2o}$$

erhält man in der Ortsdarstellung:

$$\delta V(\vec{r}) = F_0(\vec{r})\,\delta\varrho(\vec{r}) \tag{21}$$

Das optische Potential und die Dichte werden von der folgenden Form angenommen (Index P heißt "Proton", Index N heißt "Neutron", N ist gleichzeitig Anzahl der Neutronen):

$$U_{N\atop P}(r) = \left(V_0 \pm \frac{N-Z}{A} V_{sym}\right) U(r) + U_{Spin\text{-}Orbit} + U_{Coulomb} \tag{22}$$

$$U(r) = \frac{1}{1+\exp\frac{r-c_u}{a_u}} \tag{23}$$

$$\varrho_{N\atop P}(r) = \frac{\varrho_0^{N\atop P}}{1+\exp\frac{r-c_\varrho}{a_\varrho}} = \varrho_0^{N\atop P}\cdot\varrho(r)\,; \quad \varrho_0^N = \varrho_0\frac{N}{A} \quad \varrho_0^P = \varrho_0\frac{Z}{A} \tag{24}$$

ϱ_0 wurde bei Veränderung des Kernvolumens (also bei c_ϱ - und a_ϱ - Variation) mit verändert, wenn es nicht anders vermerkt wurde:

$$\varrho_0 = \frac{A}{\int 4\pi r^2 dr \left(1+\exp\frac{r-c_\varrho}{a_\varrho}\right)^{-1}} \qquad A = 208 \tag{25}$$

Bei dem verwendeten (c_ϱ, a_ϱ)-Bereich variiert ϱ_0 um 2o% :

$$\varrho_0 = 0{,}228 \pm 0{,}05 \text{ fm}^{-3}$$

Für $c_\varrho = 6{,}48$ fm und $a_\varrho = 0{,}525$ fm (experimentell bestimmte Protonendichteverteilungsparameter) ist $\varrho_0 = 0{,}17o$ fm^{-3}.

Spin-Bahn-Potential und Coulomb-Potential werden im Folgenden vernachlässigt, weil sie klein gegen den ersten Potentialterm sind. Als Änderungen der Potentiale und Dichten, die man in (21) braucht, kann man die Änderungen bei Teilchenzahlveränderung einsetzen:

$$\frac{\partial U_{\substack{N\\P}}(r)}{\partial A} = \frac{\partial U_{\substack{N\\P}}(r)}{\partial c_u} \frac{\partial c_u}{\partial A} \tag{26}$$

$$c_u = r_0 A^{1/3}$$

also ist

$$\frac{\partial c_u}{\partial A} = \frac{1}{3} r_0 A^{-2/3} = \frac{1}{3} \frac{c_u}{A}$$

$$\frac{\partial U_{\substack{N\\P}}(r)}{\partial c_u} = -\frac{\partial U_{\substack{N\\P}}(r)}{\partial r} = -U'_{\substack{N\\P}}(r) \tag{27}$$

analog für $\rho_{\substack{N\\P}}(r)$.
Es gilt damit nach (23):

$$\delta_A \left(U_N(r) + U_P(r)\right)_{N-Z=\text{const}} = 2 V_0 \frac{1}{3} \frac{c_u}{A} \left(-U'(r)\right)$$

$$\delta_{N-Z} \left(U_N(r) - U_P(r)\right)_{A=\text{const}} = 2 V_{sym} \frac{1}{A} U(r) \tag{28}$$

$$\delta_A \left(\rho_N(r) + \rho_P(r)\right)_{N-Z=\text{const}} = \rho_0 \frac{1}{3} \frac{c_\rho}{A} \left(-\rho'(r)\right)$$

$$\delta_{N-Z} \left(\rho_N(r) - \rho_P(r)\right)_{A=\text{const}} = \rho_0 \frac{1}{A} \rho(r)$$

Mit (21) wird dann:

$$F_0^{NN}(r) + F_0^{NP}(r) = 2 \frac{V_0}{\rho_0} \frac{c_u}{c_\rho} \frac{U'(r)}{\rho'(r)}$$

$$F_0^{NN}(r) - F_0^{NP}(r) = 2 \frac{V_{sym}}{\rho_0} \frac{U(r)}{\rho(r)} \tag{29}$$

$$F_0^{NN}(r) = F_0^{PP}(r)\,; \quad F_0^{NP}(r) = F_0^{PN}(r)$$

Wenn man annimmt, daß im Blei die Zentralwerte für das Potential, die Dichte und F_0 mit denen in unendlicher Kernmaterie übereinstimmen, so kann man (Migdal (1968) pp.52 und 57-mit $r_f = (\frac{3}{2}\pi^2\rho_0)^{1/3}\hbar$ -) die Kompressibilität K und die Symmetrieenergie β von Kernmaterie bzw. Blei mit den Zentralwerten von F_0 auf folgende Weise verknüpfen:

$$K = \frac{2}{3}\epsilon_f + \frac{1}{2}\rho_0\left(F_0^{NN}(r=0) + F_0^{NP}(r=0)\right)$$
$$\beta = \frac{1}{3}\epsilon_f + \frac{1}{4}\rho_0\left(F_0^{NN}(r=0) - F_0^{NP}(r=0)\right) \qquad (30)$$

Anstelle von der von Migdal benutzten Definition der Kompressibilität wird häufig eine andere verwendet:

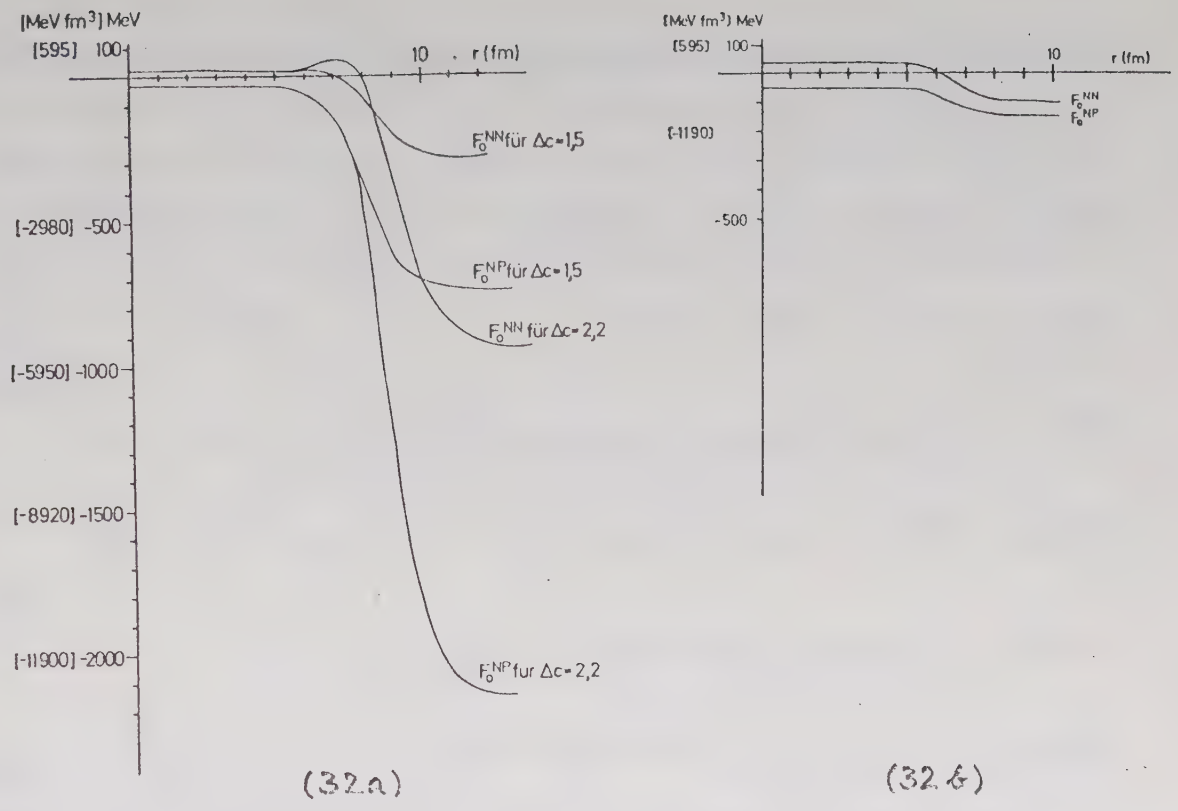
$$\tilde{K} = r_0^2 \frac{\partial^2 E/A}{\partial r_0^2}$$

E/A = Bindungsenergie pro Nukleon

Man hat für den Kompressibilitätsbereich die Abschätzung

$$100\ \text{MeV} \lesssim \tilde{K} = 9\,K \lesssim 200\ \text{MeV} \qquad (31)$$

Die Dichteparameter c_ρ und a_ρ wurden in dieser Arbeit zusammen mit den optischen-Potential-Parametern nur soweit verändert, daß die Kompressibilität innerhalb des Bereichs (31) blieb. In (32) wurden $F_0^{NN}(r)$ und $F_0^{NP}(r)$ aufgetragen, und zwar in (32a) für verschiedene Werte $\Delta c = c_w - c_\rho$, um zu verdeutlichen, wie groß die auftretenden Schwankungen der Kurven sein werden. Die Parameter zu den Kurven in (32a) und (32b) sind in (33) angegeben worden. Sie sind auch in (39b) verwendet worden.



Einige typische Wechselwirkungsstärken (32a) und zum Vergleich die Migdalkraft in (32b)

Die Kraftkurven ändern sich beim Vergrößern von Δc, dem Unterschied zwischen Potential- und Dichteradius, hauptsächlich im Außenraum ($r \gtrsim 7{,}5$ fm). Dort sind aber die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten schon sehr klein (vgl. $\Phi(r)$ in (59),(6o),(63)). Im Kerninneren ändern sich die Kräfte bei Δc-Änderung nur wenig: $F^{NN}(r=o)$ ändert sich hier um +5 MeV ($\approx 25\%$), $F^{NP}(r=o)$ um +4 MeV ($\approx 1o\%$) (vgl.(64)). Die kleine Kraftänderung im Inneren wirkt sich aber wegen der höheren Teilchendichte im Inneren stärker aus als die Kraftänderung außen.

Bei einer Δc-Erhöhung wird die Wechselwirkung innen stärker repulsiv, d.h. die abstoßenden Kräfte zwischen gleichartigen Teilchen werden stärker und die attraktiven Kräfte zwischen verschiedenartigen Teilchen werden schwächer. Dadurch wird die(negative)Summe $F^{NN}+F^{NP}$ kleiner und nach (3o) die Kompressibilität höher. Der Kern wird also steifer gegen die Breathing-Mode (siehe (39)).

Die zum Vergleich gezeichnete dichteabhängige Wechselwirkung in (32b) ist stärker repulsiv, Am stärksten macht sich das bei der Wechselwirkung zwischen gleichartigen Teilchen bemerkbar. Der Kern wird bei der Annahme einer solchen Wechselwirkung steifer gegen die Breathing-Mode als bei der in dieser Arbeit verwendeten Wechselwirkung.

In (32a) ist die Skala MeVfm^3 durch Multiplikation der Skala MeV mit $(\varrho_o)^{-1} = (o{,}168)^{-1}$ fm^3 erhalten worden. In (32b) ist die Skala MeV durch Multiplikation der Skala MeVfm^3 mit $\varrho_o = o{,}168$ fm erhalten worden. Zum Vergleich sind die MeV-Skalen gleich gewählt worden.

Unter den Nummern (33a und b) sind die charakteristischen Daten zu den Kurven ausgerechnet worden.

Daten zu (32a)

$\varrho_o = 0{,}189$, $\epsilon_f = 39{,}5$ MeV

$F_o^{NN}(o) + F_o^{NP}(o) = -30 \ldots -76$ MeVfm^3 $\qquad f_o = -0{,}06 \ldots -0{,}14$

$F_o^{NN}(o) - F_o^{NP}(o) = 284$ MeVfm^3 $\qquad f'_o = 0{,}53$

(33a)

$F_o^{NN}(\infty) + F_o^{NP}(\infty) = -1618o \ldots -532o$ MeVfm^3 $\qquad (f_o)_{ext} = -30 \ldots -10$

$F_o^{NN}(\infty) - F_o^{NP}(\infty) = 658o \ldots 24oo$ MeVfm^3 $\qquad (f'_o)_{ext} = 12 \ldots 4{,}5$

$K = 23 \ldots 19$ MeV , $\beta = 27$ MeV

(Daten errechnet aus: Potentialparameter: $c_u = 8{,}35 \ldots 7{,}65$ fm, $a_u = 0{,}7$ fm
$V_o = -49$ MeV, $V_{sym} = 27$ MeV
Dichteparameter : $c_\varrho = 6{,}15$ fm, $a_\varrho = 0{,}7$ fm (s.(39b)

Daten zu (32b)

$F_o^{NN}(o) + F_o^{NP}(o) = -76$ Mevfm^3 $\qquad f_o = -0{,}1$

$F_o^{NN}(o) - F_o^{NP}(o) = 532$ MeVfm^3 $\qquad f'_o = 0{,}7$

(33b)

$F_o^{NN}(\infty) + F_o^{NP}(\infty) = -1482$ MeVfm^3 $\qquad (f_o)_{ext} = -1{,}95$

$F_o^{NN}(\infty) - F_o^{NP}(\infty) = 266$ MeVfm^3 $\qquad (f'_o)_{ext} = 0{,}35$

$K = 2o$ MeV, $\beta = 31$ MeV

$$F_o(r) = F_o(r=\infty) + \frac{F_o(r=o) - F_o(r=\infty)}{1+\exp\left(\frac{r-c_\varrho}{a_\varrho}\right)}$$

$$F_o = \begin{cases} F^{PP} & \ldots\ c_\varrho = c_P, a = a_P \\ F_o^{NN} & \ldots\ c_\varrho = c_N,\ a = a_N \\ F_o & \ldots\ c_\varrho = c_{PN}, a = a_{PN} \end{cases}$$

(Werte siehe (46)...(48))

In (32b) ist zum Vergleich der Verlauf von dichteabhängigen Wechselwirkungsstärken $F_o(r)$ aufgetragen worden, wie sie Migdal vorschlägt (Migdal (1968) p.55) und Jakubaßa zur Berechnung der Breathing-Mode verwendet (Jakubaßa p.43, vgl. auch Ring et al.). Die Dichteparameter weichen von den experimentell durch Elektronenstreuung, Analogexperimente und K-Mesoneneinfang bestimmten (siehe (36)) ab.

Aus

$$\epsilon_f = \frac{p_f^2}{2m} = \left(\frac{3}{2}\pi^2 \rho_0\right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m}$$

wurde

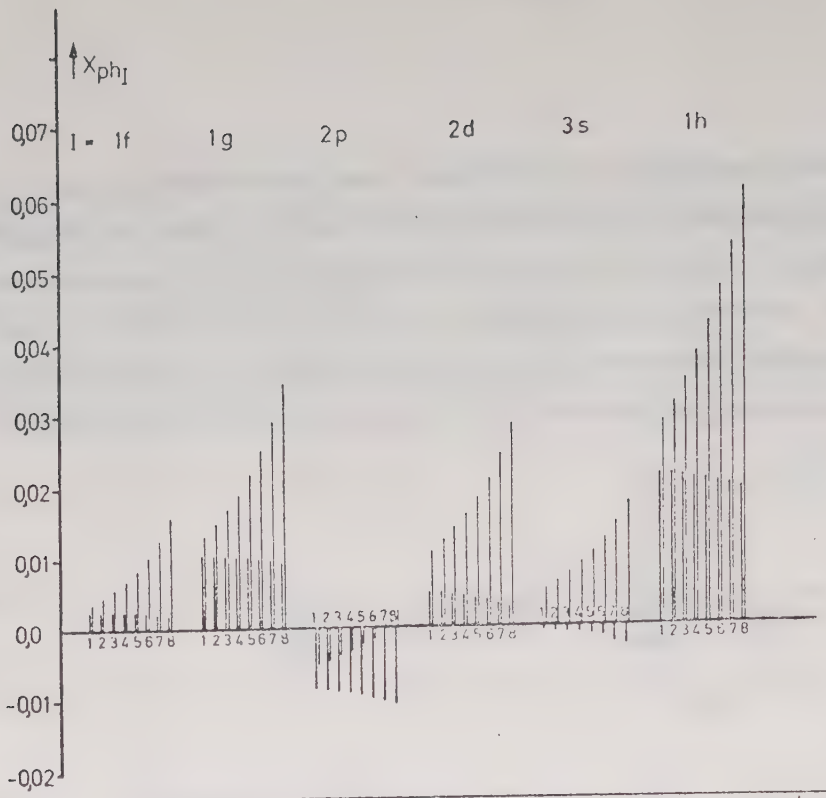
$$\epsilon_f = 36\ \text{MeV} \quad \text{zu} \quad \rho_0 = 0.168\ \text{fm}^{-3}$$

Die Konstanten f_o, f_o', $(f_o)_{ext}$, $(f_o')_{ext}$, die sogenannten Migdal-Parameter, hängen mit den F_o über folgende Relationen zusammen (Migdal (1968) pp.52, 55):

$$f_o = \frac{1}{2}\rho_0 \left(F_o^{NN}(r=0) + F_o^{NP}(r=0)\right)\frac{3}{4\epsilon_f}$$

$$f_o' = \frac{1}{2}\rho_0 \left(F_o^{NN}(r=0) - F_o^{NP}(r=0)\right)\frac{3}{4\epsilon_f} \qquad (30a)$$

Für $(f_o)_{ext}$ und $(f_o')_{ext}$ werden statt der Zentralwerte von F_o die Außenwerte verwendet.



(34)

Nummer	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lvert\lambda_{min}\rvert$	o,55	o,59	o,62	o,66	o,69	o,74	o,77	o,81

Wie stark schwingen die einzelnen Freiheitsgrade des Kerns mit?

Die Amplituden $x_{ph}{}^{I}$ der Teilchen-Loch-Anregungen für die Protonen der letzten Schalen (siehe (43)) sind in Abhängigkeit von λ_{min} aufgetragen. λ_{min} ist der niedrigste Eigenwert der Matrix $\mathcal{A}$ in (35). Die stark ausgezogenen Linien stellen $x^{(1)}_{phI}$ dar (1. störungstheoretische Ordnung für x_{phI}). Die schwächeren Linien geben die Anregungsamplituden der kollektiven Bewegung wieder. Jede Liniengruppe gibt die Teilchen-Loch-Anregungen x_{phI} zu einem festen Teilchen-Loch-Zustand und variablem λ_{min} an. Die Quantenzahlen I= (n,l) des Lochs sind darüber angegeben.

Die Berechnung verwendet aus (39b) die Dichte mit Pfeil und die Spalte von Potentialen, deren unterstes Element einen Pfeil hat. Die Potentialtiefe ist aus (36a) zu entnehmen. Als Dichte wurde nach (25) der korrigierte Wert ϱ_o = o,189 fm^{-3} verwendet.

Man sieht, daß die Amplituden der Teilchen-Loch-Anregungen bis zu $\lambda_{min} \approx$ o,75 im Prozentbereich bleiben, d.h. der Kern noch steif gegen die Breathing-Mode ist.

In (34) sind die Amplituden $x_{p'h'}$ für verschiedene Radiendifferenzen Δc zwischen Dichte und Potential aufgetragen und zwar nur

die Amplituden für Protonen-Teichen-Loch-Zustände (1f bis 1h). Die starken Linien geben die Amplituden $x^{(1)}_{p'h'}$ für $V_{ph,hp'}=0$ an, also die Amplituden in erster Ordnung der Störungstheorie: Man hat nur die Wechselwirkung zwischen Neutron-Loch $(nlj)=3p^{1/2}$ und Rumpf (siehe(1)).

Mit der Migdal-Wechselwirkung (Jakubaßa, Ring) erhält man ein λ_{min} in der Gegend o,65 ...o,69, wenn man, wie Jakubaßa empfiehlt, den $(3s^{1/2})$-Protonenzustand und bei der Berechnung der kollektiven Anregung den $(1i^{13/2})$-Neutronenzustand wegläßt.

Es soll in (34) veranschaulicht werden, wie der niedrigste Eigenwert der Matrix M(E=o) in (9) oder (12) den Unterschied zwischen $x^{(1)}$ und x beeinflußt und welche Teilchen-Loch-Anregungen am stärksten die Isotopieverschiebung beeinflussen.

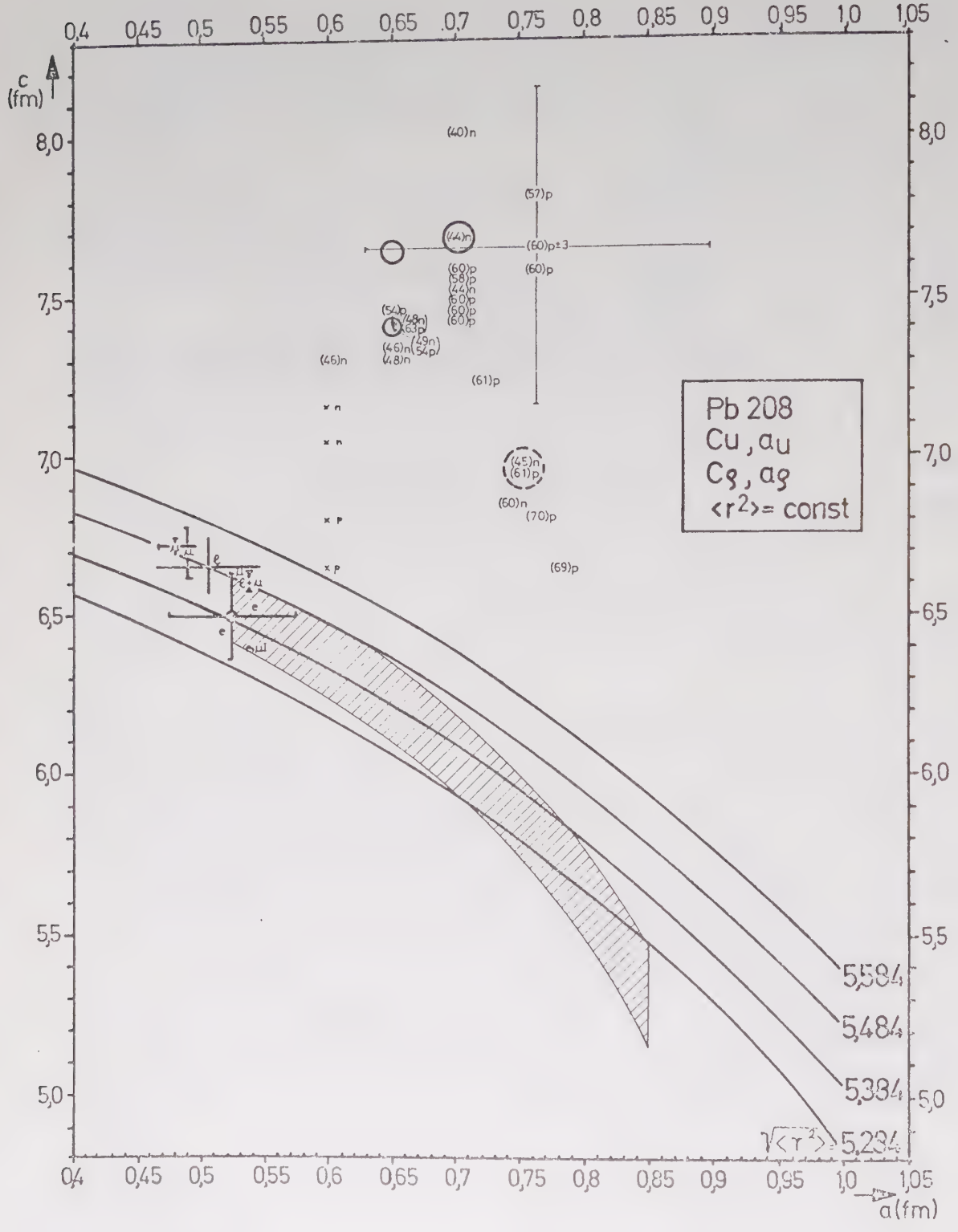
Unter der Abbildung stehen die niedrigsten Eigenwerte λ_{min} der Matrix $\underline{A}$

$$\underline{A} = \left\{ \frac{2\, V_{ph,h'p'}}{\varepsilon_p - \varepsilon_h} \right\} \qquad (35)$$

Wenn $\underline{A}$ den niedrigsten Eigenwert -1 hat, so hat $\underline{M}(E=o)$ in (9) oder (12) den Eigenwert O. Die kollektive Schwingung ist dann mit dem Grundzustand entartet. Wenn $\underline{A}$ den niedrigsten Eigenwert o hat, so ist $\underline{M}(E=o)$ diagonal und hat die Eigenwerte der Teilchen-Loch-Anregungen (Schalenmodell-Werte). Dann liegt die kollektive Mode des Rumpfs um die Teilchen-Loch-Anregungsenergie (beim Pb etwa 14 MeV) über dem Grundzustand.

Die kollektiven Zustände haben also für $\lambda_{min} \approx$ o,7 ... o,8 Teilchen-Loch-Amplituden, die i.a. mehr als dreimal so groß sind, wie in 1. störungstheoretischer Ordnung in der Restwechselwirkung.

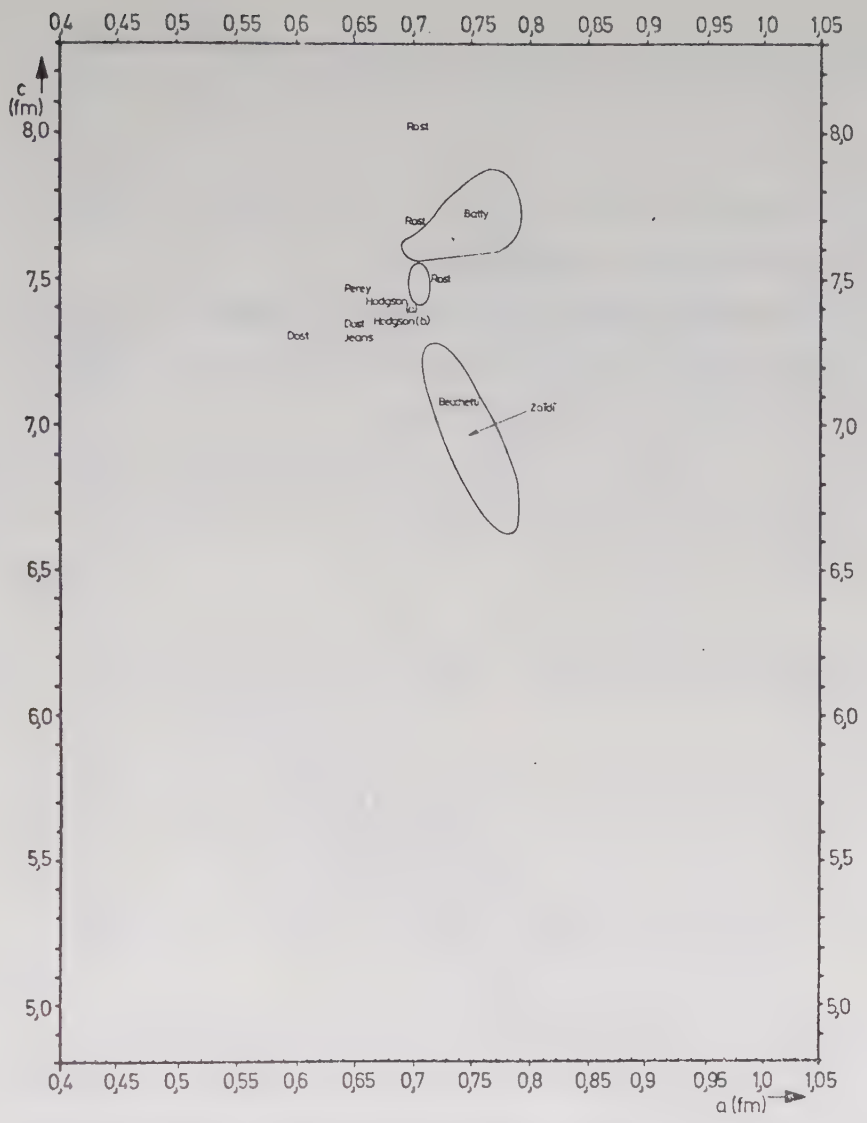
λ_{MIN}-WERTE FÜR GEMESSENE OPTISCHE POTENTIALE UND DICHTEN



(36)

In (36) sind gemessene und einige berechneten optischen Potentiale im (c_u,a_u)-Raum aufgetragen. Gleichzeitig sind in (36a) die Dichteverteilungen der Protonen bei Pb 2o8 (durch Elektronenstreuung und durch μ-mesonische Atome bestimmt) eingetragen.

In (36b) (nächste Seite) sind die Autoren angegeben, von denen die Potentiale stammen.



Für Blei 2o8 gemessene Dichten und Potentiale

Die angegebenen Dichteverteilungen für die Protonen in (36a) stammen aus Landolt-Börnstein und tragen den Vermerk e oder μ, um zwischen Werten aus Elektronenstreuung und μ-mesonischen Atomen zu unterscheiden.

Für die Neutronenverteilung wird nur $\langle r^2 \rangle$ als bekannt angenommen. Die Orte mit konstantem $\langle r^2 \rangle$ liegen auf elliptischen Linien, die Werte $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ sind an den Linien angegeben. Die Neutronenverteilung hat einen Wert (c_N, a_N), der im Gebiet zwischen den äußeren Linien liegt (Barrett (1969)).

Als Massenverteilung (für sowohl Protonen als auch Neutronen) wird ebenfalls eine Fermiverteilung angenommen. Deren (c_ϱ, a_ϱ)-Wert wird gut durch das arithmetische Mittel $c_\varrho = (c_p + c_N)/2$, $a_\varrho = (a_p + a_N)/2$ angenähert. (c_ϱ, a_ϱ) liegt im schraffierten Gebiet, wenn man $c_p = 6{,}48$ fm und $a_p = o{,}525$ fm wählt und den Punkt (c_N, a_N) zwischen den Ellipsen laufen läßt.

Die Potentiale sind durch Zahlen an den dazugehörenden Stellen (c_u, a_u) dargestellt. Die Zahlen geben die Potentialtiefen $(V_o \pm V_{sym}(N-Z)/A)$ an, und zwar für Protonen (Neutronen), wenn sie den Index p (n) tragen. Die Fehlergrenzen sind nur für ein Potential $(c_u, a_u) = (7{,}65 \ , \ o{,}76)$ eingezeichnet, obwohl sie für alle Potentiale gleich sein dürften.

(Die Kreuze (x) bei a=o,6 fm geben die von Jakubaßa angenommenen Dichten an.)

Man erkennt in (36a), daß Dichten und Potentiale durch einen Zwischenraum $(\Delta c, \Delta a)$ voneinander getrennt liegen.

In (36b) sind anstelle der Potentialtiefen die Autoren der angegebenen Potentiale vermerkt.

Die ellipsoiden Linien in (36a) sind Linien konstanten $\langle r^2 \rangle$.
Die Werte $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ sind an den Linien angegeben.
Die Neutronen haben nach Analog-, K-Mesonen-Einfang- und Nukleonen-Streuexperimenten $\langle r^2 \rangle$-Werte, die innerhalb der Linien $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 5{,}58$ fm und $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 5{,}28$ fm liegen.
Als Dichteparameter c_ϱ und a_ϱ für die Massenverteilung kann man in guter Näherung die arithmetischen Mittel der Protonen- und Neutronenparameter nehmen (vgl.(26)), also in

$$\varrho_{Masse}(r) = \varrho_p(r) + \varrho_N(r) = \frac{\varrho_0}{1 + \exp\frac{r - c_\varrho}{a_\varrho}} \tag{37}$$

kann man c_ϱ und a_ϱ die folgenden Werte zuweisen:

$$c_\varrho = \frac{c_p + c_N}{2} \pm (<10\%) \; ; \; a_\varrho = \frac{a_p + a_N}{2} \pm (<3\%)$$

Die Fehler geben an, um wieviel das arithmetische Mittel von dem Wert c_ϱ bzw. a_ϱ abweicht, der in (37) eingesetzt werden muß.
In (37) wird die Summe aus zwei Fermiverteilungen (für Protonen und Neutronen) durch eine Fermiverteilung mit den Parametern c_ϱ und a_ϱ angepaßt.
Die Unsicherheit in den $\langle r^2 \rangle$ der Neutronen führt also zu einer Unsicherheit in den c_ϱ und a_ϱ. Die Punkte (c_ϱ, a_ϱ) mit

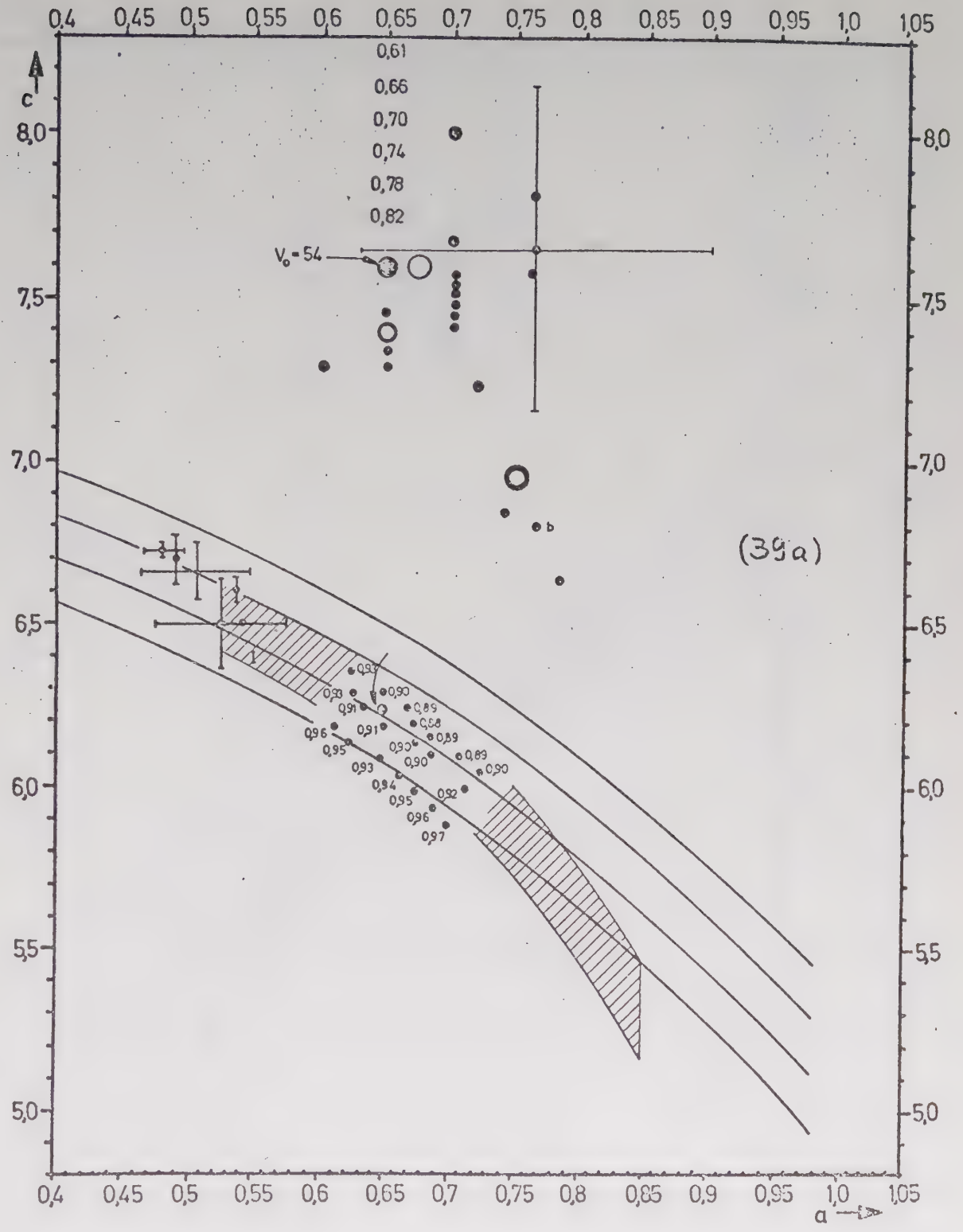
$$c_\varrho = \frac{c_p + c_N}{2} \quad ; \quad a_\varrho = \frac{a_p + a_N}{2} \tag{38}$$

liegen im schraffierten Gebiet.

In (39) werden berechnete $|\lambda_{min}|$ angegeben. Dabei wurde entweder das Potential fest gewählt (dicker Punkt mit Pfeil im (c_u, a_u)-Gebiet) und ein Dichtebereich (c_ϱ, a_ϱ) [x] durchlaufen und umgekehrt.

---

x) a_ϱ wird dabei größer als $a_p = 0{,}525$ fm, weil die Neutronenverteilung wegen des fehlenden Coulombwalls eine höhere Diffuseness hat.



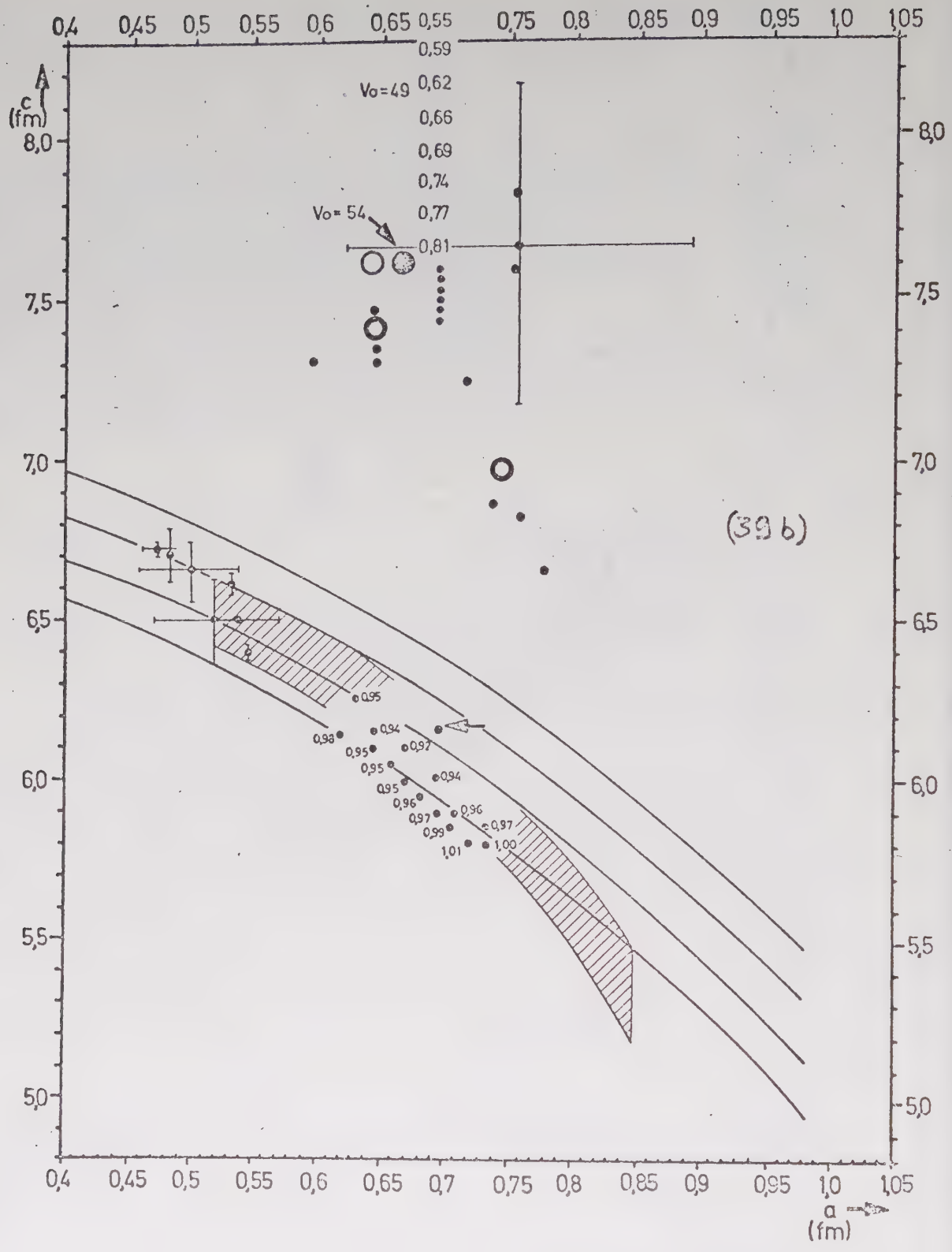
Wie nahe ist man -bei realistischen Parametern für Dichte und Potential- am Phasenübergang ?

Im (c,a)-Raum wurden die $|\lambda_{min}|$ -Werte an den Orten (c,a) eingetragen, die als variable Parameter bei der Berechnung verwendet worden sind.

Einmal wurden bei festen Potentialparametern (c_u, a_u) (Punkt mit Pfeil) verschiedene Dichteparameter (c_ϱ, a_ϱ) durchlaufen und $|\lambda_{min}|$ an den Stellen (c_ϱ, a_ϱ) eingetragen.

Das andere Mal wurde umgekehrt verfahren: Ein Dichteparametersatz (c_ϱ, a_ϱ) (kleiner Punkt mit Pfeil) wurde konstant gehalten und der Potentialradius c_u wurde vergrößert. Wieder wurde $|\lambda_{min}|$ an die Stelle (c_u, a_u) eingetragen, die zur Berechnung ausgewählt worden war.

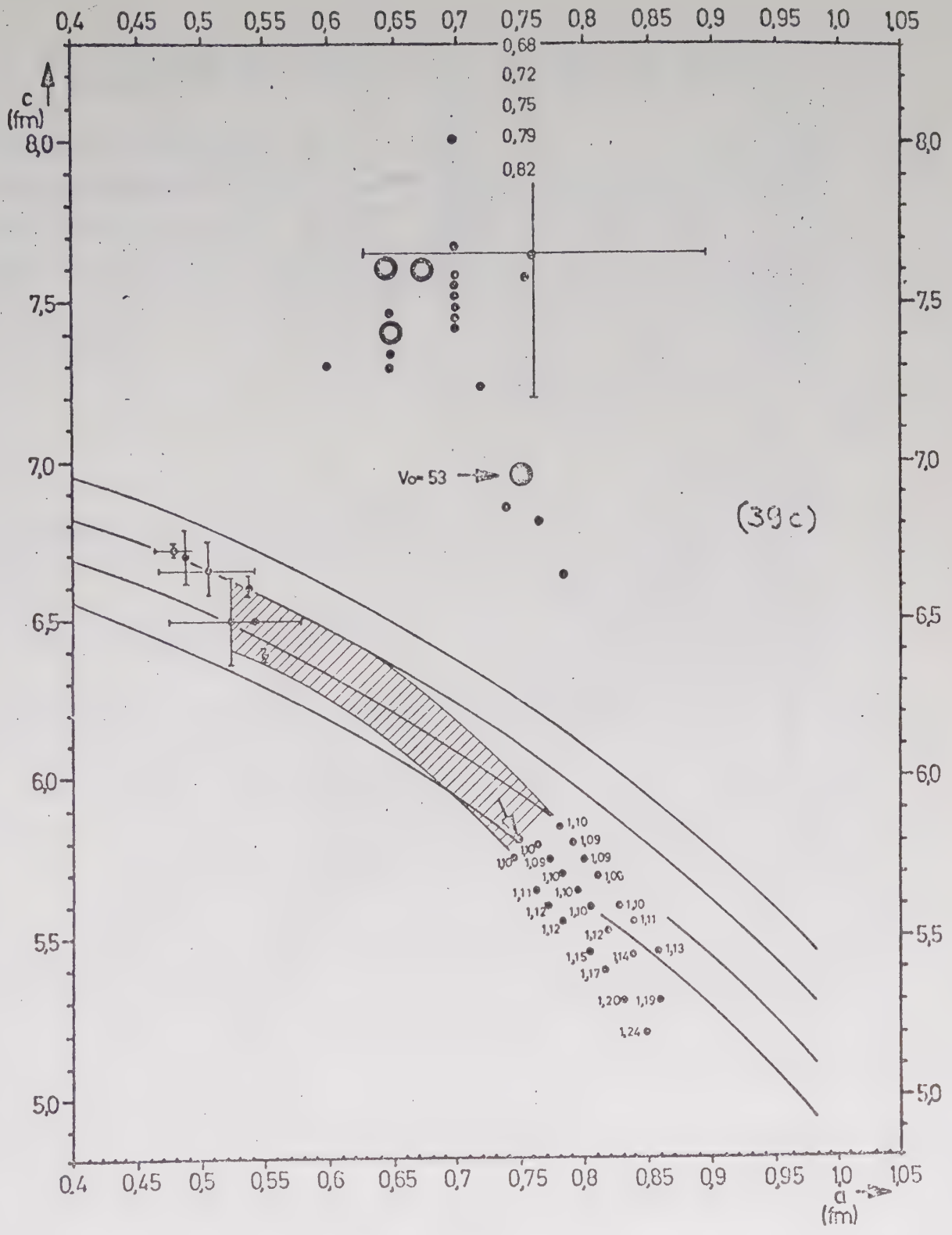
Fortsetzung siehe nächste Seite



Dichte- und Potentialwerte wurden nur innerhalb der Meßungenauigkeiten variiert und dabei nur soweit, daß die Kompressibilität innerhalb des Bereichs (31) blieb(durch Festlegen der Parameter V_o, ϱ_o, c_u,a_u,c_ϱ,a_ϱ ist nach (25) bis (3o) die Kompressibilität festgelegt).

Man erkennt, daß man beim Durchlaufen des so zur Verfügung stehenden Dichtegebiets immer recht nahe am Phasenübergang (siehe unter (12) und unter (35)) bleibt. Beim Durchlaufen des zur Verfügung stehenden Potentialgebiets kommt man für $\Delta c \geq 1.5$ fm mit Ausnahme des Becchetti-Potentials (39c) so weit vom Phasenübergang weg, daß

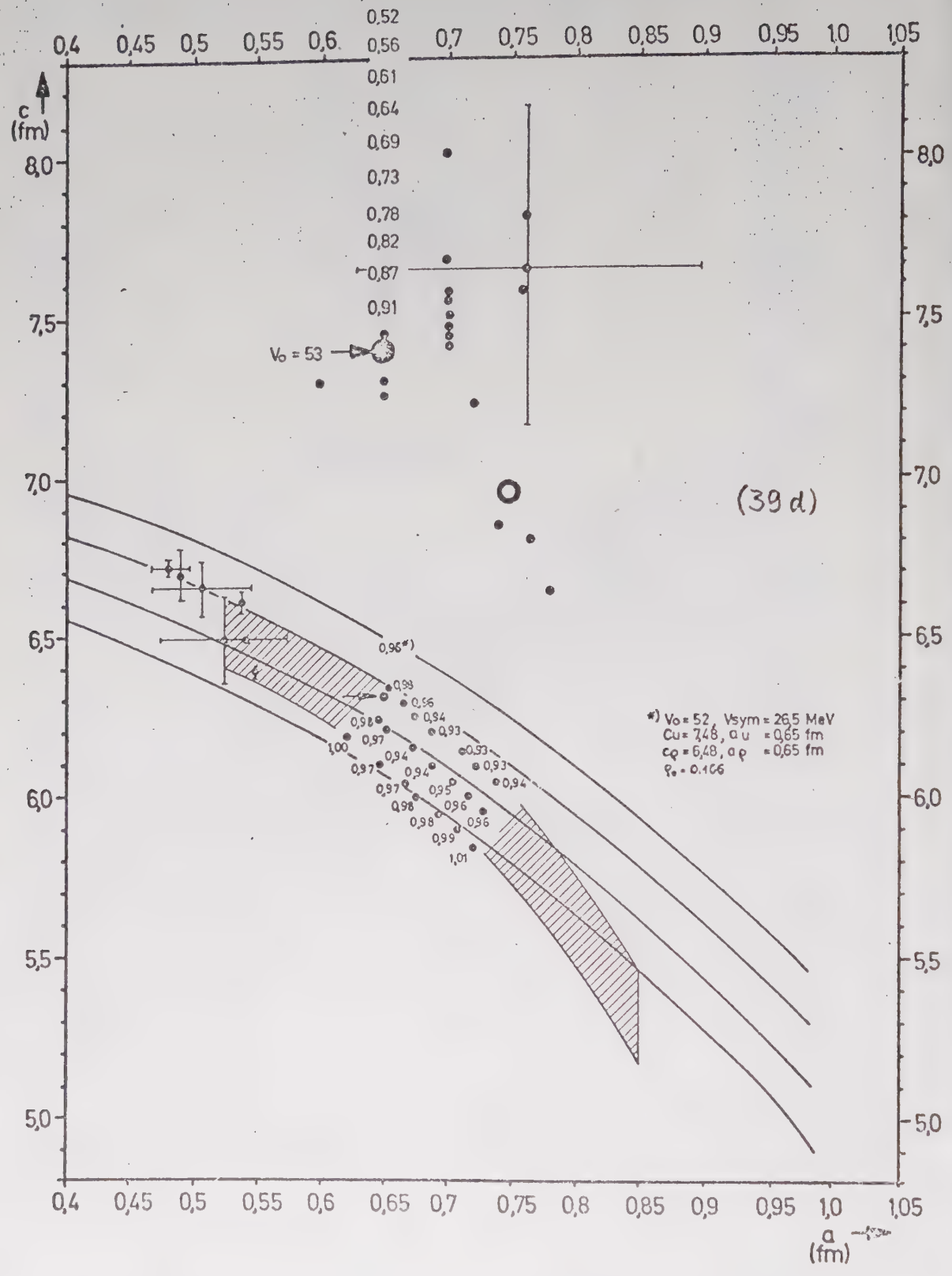
Fortsetzung siehe nächste Seit



die kollektiven Teilchen-Loch -Anregungsamplituden unter o,o4 liegen (siehe (34)) und die dazugehörenden Änderungen des mittleren quadratischen Protonenradius unter 1% (siehe (5o) bis (52)).

Das Becchetti-Potential ist aus sehr vielen Streu-, Polarisations- und Reaktionsdaten von A=4o bis Blei errechnet worden. Die drei anderen Potentiale sind auf Blei beschränkt.

Fortsetzung siehe nächste Seite



Die Instabilität des Kerns ändert sich bei der Variation der Dichteparameter (c_ℓ, a_ℓ) deshalb wenig, weil bei einer Vergrößerung der Kompressibilität durch Vergrößern von Δc, also Verkleinern von c_ℓ, der attraktive Teil der Wechselwirkungen mit c_ρ weiter nach innen geschoben wird (Siehe (65)). Dadurch wird die Wechselwirkung - über den ganzen Kern gemittelt- doch stärker attraktiv, obwohl sie im Kernzentrum wegen der Δc-Erhöhung stärker repulsiv wird.

(Fortsetzung von Seite 22)

Die Wertequadrupel $(c_u, a_u, c_\varsigma, a_\varsigma)$ wurden in (29) eingestzt. Die damit berechneten F_o^{NN} und F_o^{NP} wurden für v(r) in (7a) eingesetzt und mit Oszillatorwellenfunktionen (Oszillatorkonstante α = o,4492 fm^{-1} (siehe unten)) die Wechselwirkungsmatrix $\underline{A}$ (s.(35)) berechnet. Als Teilchen-Loch-Anregungsenergie wurde verwendet:

$$2\hbar\omega = 2 \cdot 41\, A^{-1/3}\ (\text{MeV}) = 13.8\ \text{MeV} \qquad (4o)$$

(Wenn man die realistischeren Niveauabstände des Woods-Saxon-ähnlichen Potentials von Jakubaßa (S.44) wählt, ändern sich die Matrixelemente und damit λ_{min} um weniger als 5%. Nach Zurmühl ist λ_{min} gut (auf etwa 2o% in unseren Fällen) durch die Zeilensummen (=Summen der Matrixelemente einer Zeile) approximierbar).

Die Oszillatorkonstante α wurde nach Meyer-Jensen S. 236 berechnet:

$$\alpha^2 = \frac{2(n-1)+l+3/2}{\langle r^2\rangle} \qquad (41)$$

$$\langle r^2\rangle = \frac{3}{5}(c^2 + 1{,}19\,t^2)\ ;\ c = 6.48\,fm,\ \begin{cases} a = 0.525\ fm \\ t = 2.31\ fm \end{cases} \qquad (42)$$

Das verwendete α war der Mittelwert der nach (41) berechneten α, wobei n, l und j die letzte Protonenschale unter der Fermikante durchlief:

n	1	3	3	2	2	1	1	3	2	2	1	1
l	i	p	p	f	f	h	h	s	d	d	g	g
j	13/2	1/2	3/2	5/2	7/2	9/2	11/2	1/2	3/2	5/2	7/2	9/2
	letzte Schale						Neutronenzustände unter der Fermikante					

(43a)

Die Quantenzahlen (n,l,j) der an der kollektiven Bewegung beteiligten Neutronenzustände. Durch die Restwechselwirkung werden auch Zustände über der Fermikante besetzt, aber nur die Zustäde mit (n+1,l,j) (n,l,j aus der Tabelle (43)) tragen zur Isotopieverschiebung bei.

n	1	1	1	1	2	2	2	2	3	1
l	f	f	g	g	p	p	d	d	s	h
j	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{11}{2}$

Protonenzustände unter der Fermikante

(43 b)

letzte Schale (i in (44))

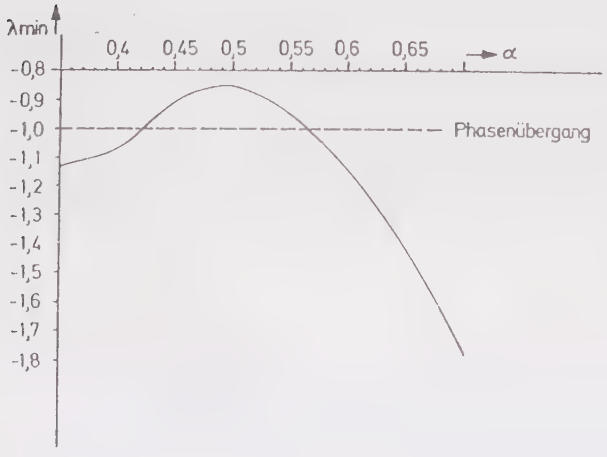
Die Quantenzahlen der in die Rechnung einbezogenen Protonen-Loch-Zustände. Durch die Restwechselwirkung werden auch Zustände (n+1,l,j) besetzt.

$$\bar{\alpha} = \frac{\sum_i (2j_i+1)\alpha_{n_i l_i}}{\sum_i (2j_i+1)} = 0.4492\ \text{fm}^{-1} \qquad (44)$$

Verwendet man statt der Meßwerte (42) für die Protonenverteilung andere (Landolt-Börmstein), so variiert α zwischen dem angegebenen Wert und einem um 3% kleineren Wert. Bezieht man die Neutronen der letzten Schale mit ein und nimmt für die Neutronen dasselbe $\langle r^2 \rangle$ an wie für die Protonen, so wird das α um 6 % größer. Für ein $\sqrt{\langle r^2 \rangle}_{\text{Neutron}} = 5{,}58$ fm wird α um 3% größer. Also variiert das α maximal um ±6% :

$$\frac{\Delta\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} \leq \pm 6\% \qquad (45)$$

(vgl. auch Gillet : $\alpha = 0{,}430\ \text{fm}^{-1}$)



Zusammenhang zwischen der Oszillatorkonstanten α und dem Phasenübergang, der sich im System unter dem Einfluß der Restwechselwirkung vollzieht.

Aufgetragen ist $\lambda_{min}(\alpha)$. Für $\lambda_{min} \leq 0{,}7$ ist die kollektive Bewegung des Rumpfs so schwach angeregt, daß sich der Protonenradius dadurch um weniger als 1% ändert (siehe auch (52b)).

Daten der Berechnung: $V_o = -53$ MeV, $V_{sym} = 27$ MeV, $c_u = 7{,}48$ fm, $a_u = 0{,}65$ fm $\varrho_o = 0{,}168\ \text{fm}^{-3}$, $c_\varrho = 6{,}48$ fm, $a_\varrho = 0{,}65$ fm

Die Variation des λ_{min} bei dieser α-Variation läßt sich aus der Kurve unter (45) entnehmen.

Mit der Migdal-Wechselwirkung (33b) erhält man ein $\lambda_{min} = -o,692$ wenn man den$(3s^{1/2})$-Protonenzustand und den $(1i^{13/2})$-Neutronenzustand wegläßt (siehe dazu Jakubaßa S.43). Die Migdal-Wechselwirkung wurde folgendermaßen parametrisiert (Jakubaßa) (siehe auch (33b)):

$F_o^{NN}(r)$ enthält die Parameter $c_N = 7,15$ fm und $a_N = o,6$ fm (46)

$F_o^{PP}(r)$ ..... $c_p = 6,65$ fm ... $a_p = o,6$ fm (47)

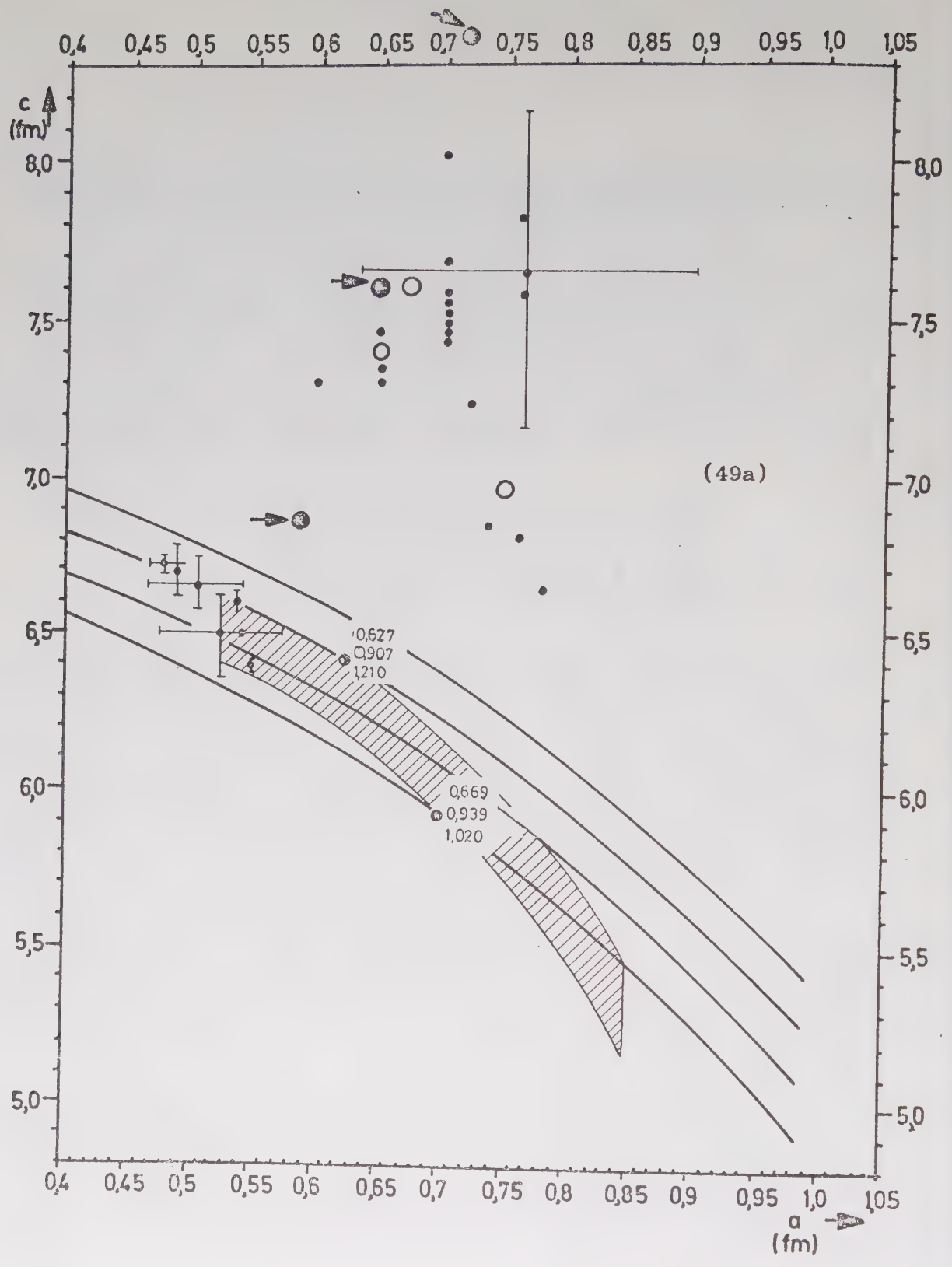
$F_o^{NP}(r)$ ..... $c_{NP} = (c_p + c_N)/2 = 6,92$ fm
$a_{NP} = (a_N + a_P)/2 = o,6$ fm (48)

Der Grund für das kleinere λ_{min} ist hauptsächlich die stärkere Abstoßung zwischen gleichartigen Teilchen als bei der in dieser Arbeit verwendeten Wechselwirkung.

In (49) (nächste 4 Seiten) sind die Variationen der λ_{min} eingetragen, die bei einer ±1o% Variation der (c_u, a_u)-Werte auftreten. Dabei liegen diese Potentialvariationen noch im Bereich (31) der Kompressibilität.
Eine solche Variationsbreite weisen auch die Potentiale von Batty et al. auf, die aus dem Fit der gebundenen Zustände beim Blei erhalten wurden. Aus den Wellenfunktionen wurde die Protonenverteilung berechnet, die auch"extrem gut" (Batty) mit den Elektronenstreuexperimenten von Bellicard et al. übereinstimmen.

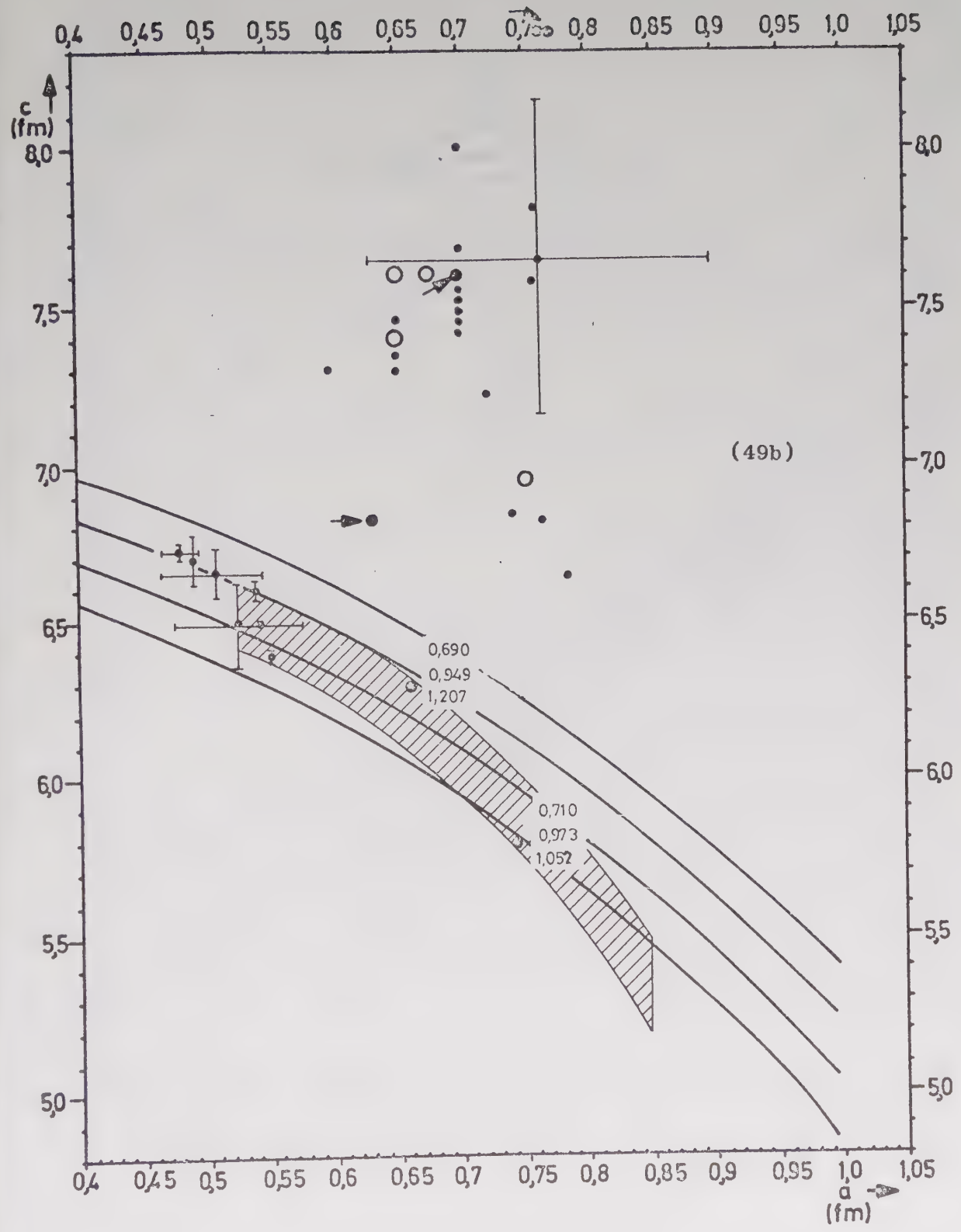
---

x) Mit den Parametern von Ring ($c_N = 7,o5$ fm, $c_P = 6,8o$ fm, sonst wie in (46) bis (48), erhält man beim Weglassen von $3s^{1/2}$ und $1i^{13/2}$ $\lambda_{min} = -o,65$ und mit diesen Zuständen, wenn man als Teilchen-Loch-Anregungsenergie (4o) einsetzt: $\lambda_{min} = -o,75$.

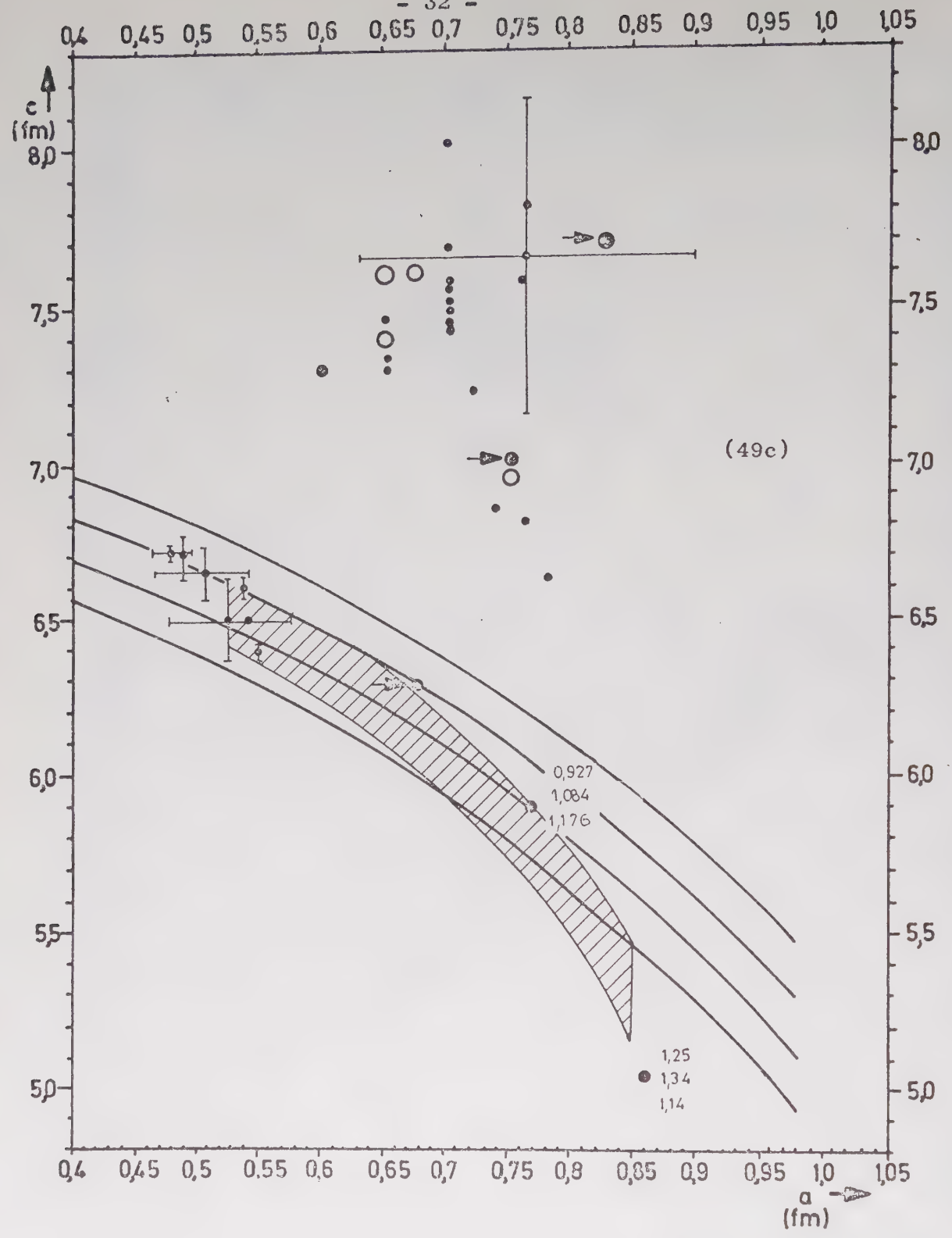


Wie variiert das λ_{min} als Folge der Unsicherheiten in den Potential-Parametern ?

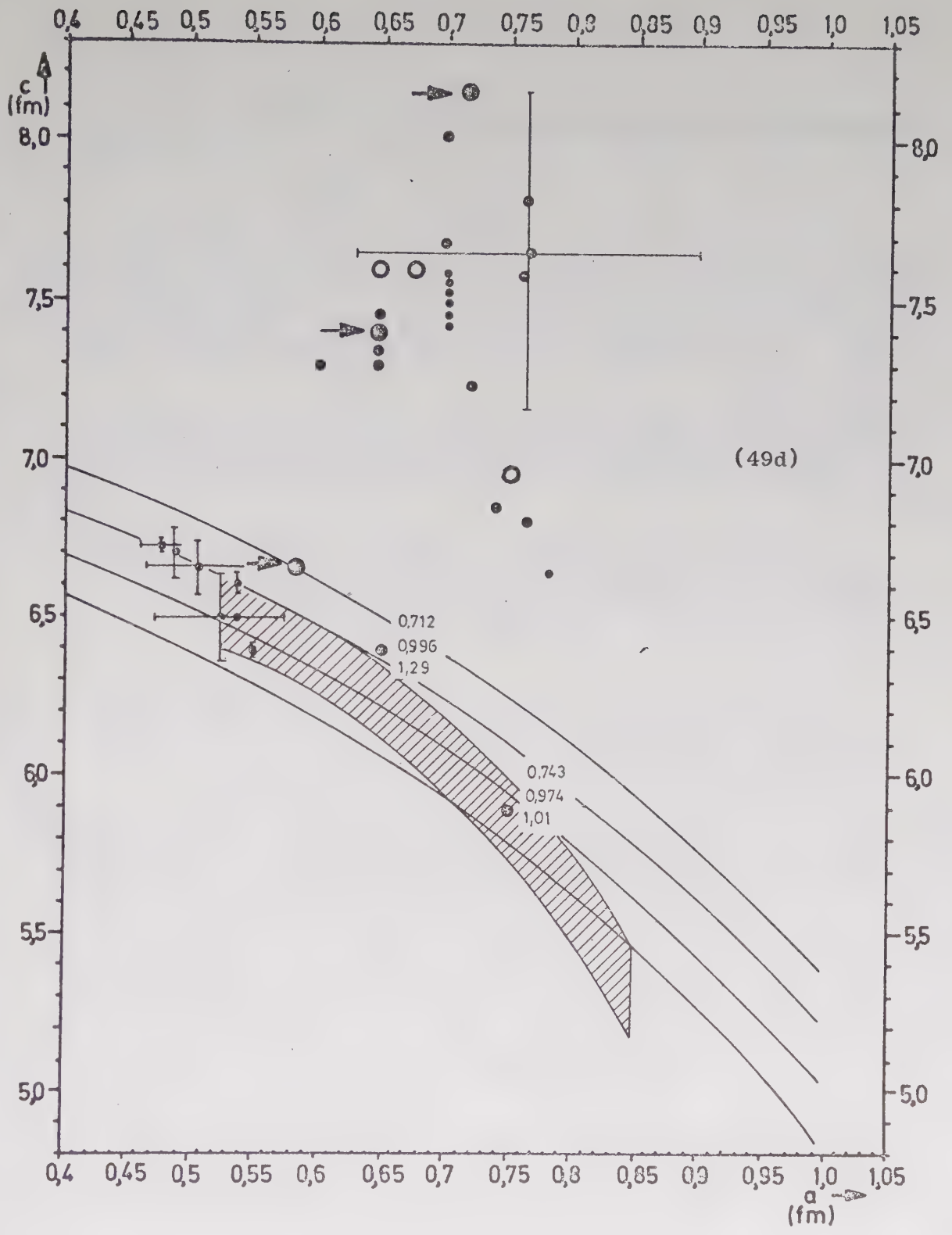
Für zwei Dichteparameter-Werte $(c_\varrho, a_\varrho)_1$ und $(c_\varrho, a_\varrho)_2$ wird berechnet, wie sich $|\lambda_{min}|$ ändert, wenn die Potentialparameter c_u und a_u um ± 1o% variiert werden.
Für jede Dichte $(c_\varrho, a_\varrho)_i$ ergeben sich also drei $|\lambda_{min}|$-Werte (der mittlere zu (c_u, a_u), der obere zu $(c_u+1o\%, a_u+1o\%)$ und der untere zu $(c_u-1o\%, a_u-1o\%)$), die neben einem



Punkt im Dichteparameter-Raum stehen. Der Punkt gibt das zur Berechnung verwendete $(c_i, a_i)_i$ an.
Die Punkte mit Pfeil stellen die bei der Rechnung verwendeten Potentiale dar.
Diese Abbildung ist eine Ergänzung zu (39).



Man erkennt wieder, daß die speziell aus Bleidaten erhaltenen Potentiale (49a,b,d) im Gegensatz zum gemittelten Potential von Becchetti (49c) Anregungsenergien für die Breathing-Mode liefern, die höher als die Grundzustandsenergie liegen.


0,4 0,45 0,5 0,55 0,6 0,65 0,7 0,75 0,8 0,85 0,9 0,95 1,0 1,05
c (fm)
8,0
7,5
7,0
6,5
6,0
5,5
5,0
(49d)
0,712
0,996
1,29
0,743
0,974
1,01
a (fm)

DIE ÄNDERUNGEN DES MITTLEREN QUADRATISCHEN RADIUS

Je näher man mit dem λ_{min} an -1 herankommt, d.h. je näher die Energie des kollektiven 0^+-Zustands beim Grundzustand liegt, desto größer werden die x_{ph}-Amplituden im Vergleich zu den Amplituden $x_{ph}^{(0)}$, die man in erster störungstheoretischer Ordnung errechnet (vgl.(34)).
Man errechnet die Änderung des mittleren quadratischen Radius $\delta\langle r^2\rangle$ aus den Amplituden x_{ph} nach Barrett und nach Lande et al. zu :

$$\frac{\delta\langle r^2\rangle}{\langle r^2\rangle} = \frac{\langle r^2\rangle_{207} - \langle r^2\rangle_{208}}{\langle r^2\rangle_{208}} = \frac{2}{Z\langle r^2\rangle_{208}} \sum_{\substack{ph \\ (\text{Protonen})}} x_{ph}(2j_p+1)^{1/2}\langle \alpha_p \| r^2 \| \alpha_h \rangle \qquad (50)$$

$$\langle \alpha_p \| r^2 \| \alpha_h \rangle = \langle n_h+1, \ell_h | r^2 | n_h, \ell_h \rangle = -\frac{1}{\alpha^2}\left[(n_h+1)(n_h+\ell_h+\tfrac{3}{2})\right]^{1/2} \qquad (51)$$

Man erhält mit den variierten Potentialparametern und den Dichteparametern (Punkt mit Pfeil im Dichteparameter-Gebiet) aus (39):

$$-10\,‰ \leq \frac{\delta\langle r^2\rangle}{\langle r^2\rangle} \leq -1\,‰ \qquad (52a)$$

für

$$|\lambda_{min}| \leq 0.85$$

Vergleiche dazu auch (52b)
In erster störungstheoretischer Ordnung (also aus $x_{ph}^{(0)}$) erhält man

$$\frac{\delta\langle r^2\rangle}{\langle r^2\rangle} \approx -1\,‰$$

Wenn man die Migdalkraft (46) bis (48) verwendet, erhält man

in erster Ordnung

$$\frac{\delta\langle r^2\rangle}{\langle r^2\rangle} = +1‰$$

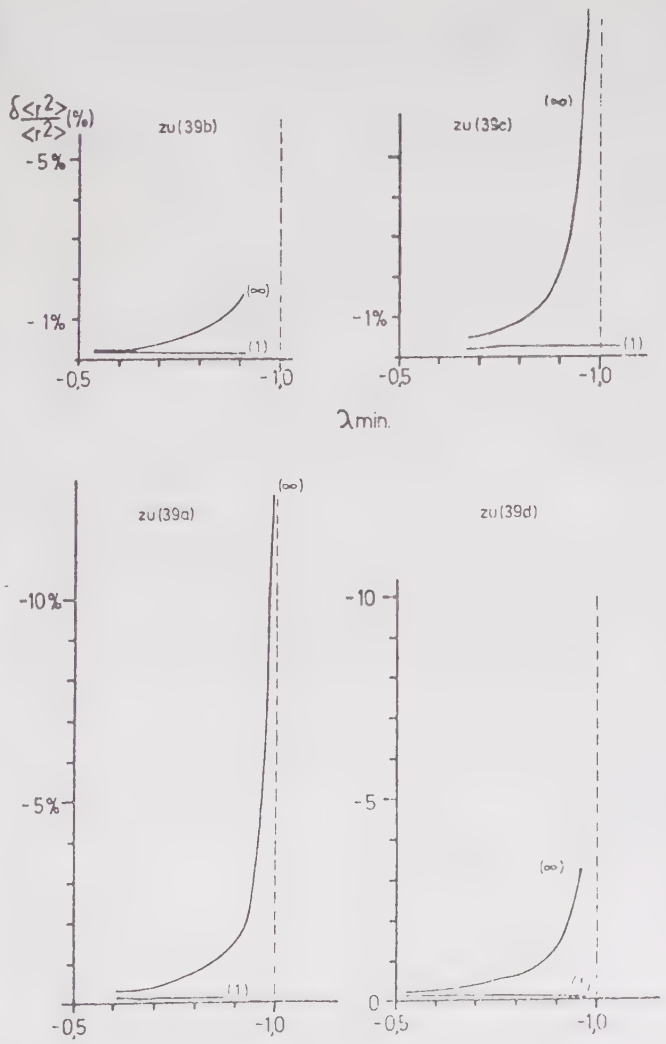
und mit kollektiver Anregung

$$\frac{\delta\langle r^2\rangle}{\langle r^2\rangle} = -3‰$$

Das gilt wieder für den Fall, daß man den($3s^{1}/_{2}$)-Zustand der Protonen und den ($1i^{13}/_{2}$)-Zustand der Neutronen wegläßt (Jakubaßa S.43).

Experimentell wurde festgestellt (Anderson (1967),(1969)):

$$\left.\frac{\delta\langle r^2\rangle}{\langle r^2\rangle}\right|_{exp} = -(5\pm5)‰$$



Die Änderung des mittleren quadratischen Protonenradius in Abhängigkeit von λ_{min}

Aufgetragen wurde in jedem Teilbild das Ergebnis der 1.störungstheoretischen Ordnung und das Ergebnis der kollektiven Anregung. Die Berechnungen verwendeten die Dichten mit Pfeil in (39) und die darüberstehende Spalte von Potentialen, von denen das unterste Element durch einen Punkt mit Pfeil und die darüber stehenden durch Zahlen (nämlich die entsprechenden $|\lambda_{min}|$-Werte) dargestellt sind. Der Ort (c,a) des Punkts bzw. der Zahl gibt die Dichte- und Potentialparameter an. Die Potentialtiefe ist -wie für alle anderen Darstellungen auch- aus (36a) zu entnehmen.

Man sieht, daß sich der mittlere quadratische Protonenradius bis $|\lambda_{min}| \lesssim 0{,}9$ um weniger als 2% ändert, also von der Lage der Breathing-Mode weitgehend unabhängig ist.

DISKUSSION DER VERÄNDERUNGEN DER VERTIZES BEI VERÄNDERUNG DER PARAMETER

(1) Einfluß der Symmetrieenergie

Nach (29) ist die effektive Wechselwirkung $F_o^{NN}(r)$ und $F_o^{NP}(r)$:

$$F_o^{NP,N}(r) = \frac{1}{\varrho_o}\left(V_o\left(1+\frac{\Delta c}{c_\varrho}\right)\frac{u'(r)}{\varrho'(r)} \pm V_{sym}\frac{u(r)}{\varrho(r)}\right) \qquad (54)$$

mit

$$\frac{u(r)}{\varrho(r)} = \frac{1+\exp\frac{r-c_\varrho}{a_\varrho}}{1+\exp\frac{r-(c_\varrho+\Delta c)}{a_\varrho+\Delta a}} = (\text{für } \Delta a=0) \begin{cases} 1 & \text{für } r=0 \\ e^{\Delta c/a_\varrho} & \text{für } r\to\infty \end{cases}$$

und

$$\frac{u'(r)}{\varrho'(r)} = \left(\frac{1+\exp\frac{r-c_\varrho}{a_\varrho}}{1+\exp\frac{r-(c_\varrho+\Delta c)}{a_\varrho+\Delta a}}\right)^2 \frac{a_\varrho+\Delta a}{a_\varrho}\exp\left(\frac{r-(c_\varrho+\Delta c)}{a_\varrho+\Delta a}-\frac{r-c_\varrho}{a_\varrho}\right) \qquad (55)$$

$$= (\text{für } \Delta a=0) \begin{cases} e^{-\Delta c/a_\varrho} & \text{für } r=0 \\ e^{\Delta c/a_\varrho} & \text{für } r\to\infty \end{cases}$$

Da gilt:

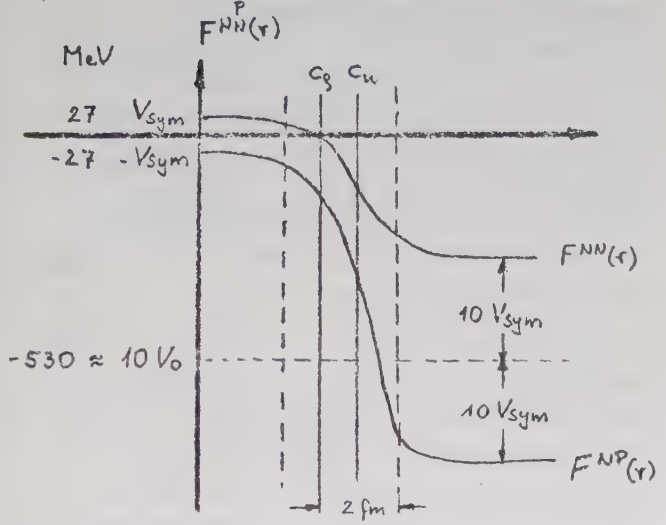
$$1{,}5 \lesssim \frac{\Delta c}{a} \lesssim 4 \rightarrow e^{\Delta c/a_\varrho} \approx 10 \qquad (56)$$

ist die Wechselwirkungsstärke für $\Delta a=o$ im Kerninneren (bis $r \approx c_\varrho - t/2 \approx c_\varrho - 2a_\varrho \approx 5$ fm) im Wesentlichen $\pm V_{sym}/\varrho_o$ und weitgehend unabhängig von den anderen Dichte- und Potentialparametern (vgl.(53)).

Außerhalb des Kerns ($r\to\infty$) ist für $\Delta a=o$:

$$F_o^{NP,N}(r\to\infty) = \frac{e^{-\Delta c/a_\varrho}}{\varrho_o}\left(V_o\left(1+\frac{\Delta c}{c_\varrho}\right) \pm V_{sym}\right) \qquad (57)$$

Weil V_o etwa doppelt so groß ist wie V_{sym} (Hodgson (1967)), ist die Wechselwirkung außen attraktiv. Verkleinert man V_{sym}, so vergrößert man den Außenwert von F_o^{NN} um denselben Betrag, um den man den Außenwert von F_o^{NP} verkleinert(siehe (58)).



Typischer Verlauf der Wechselwirkungsstärken für $a_g=a_u$

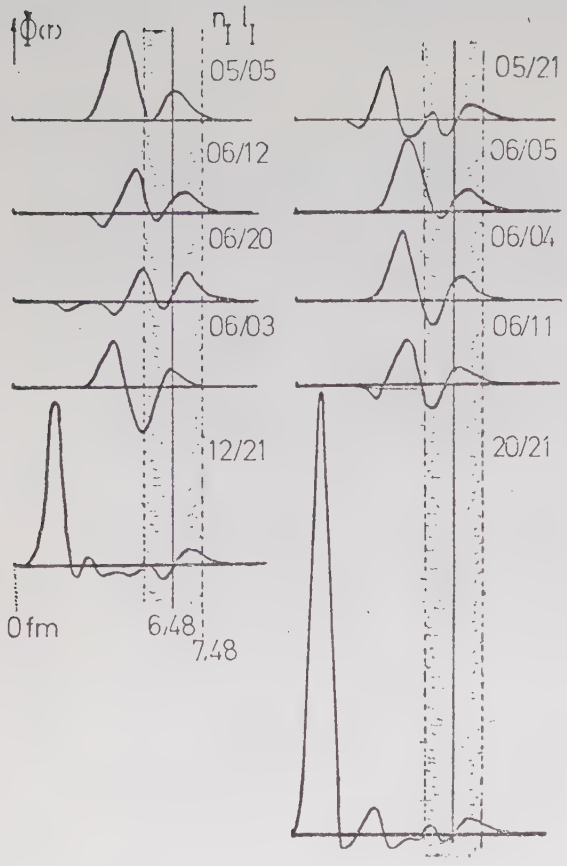
Die Schnittpunkte der Kurven mit der Ordinate sind im Wesentlichen durch $\pm V_{sym}$ gegeben.und von den anderen Parametern unabhängig. Der Anstieg der Kurven erfolgt im Wesentlichen in der Schicht $c_u-t/2$ bis $c_u+t/2$. Bei $r \approx c_u$ hat die Wechselwirkung etwa die Hälfte ihrer Außenstärke erreicht. Die Ordinate ist in MeV geeicht, da $\varrho_o F_o(r)=F(r)$ aufgetragen wurde.
Die Kurven sind als Skizzen aufzufassen, die nur das grobe Verhalten der Wechselwirkung angeben.

In (6o) sind einige Produkte

$$\Phi_{\Gamma}(r) = R^{l_I}_{n_I}(r)\; R^{l_I}_{n_I+1}(r)\; R^{l_J}_{n_J}(r)\; R^{l_J}_{n_J+1}(r)\; r^2 \qquad (59)$$

in Abhängigkeit vom Radius aufgetragen. Diese Produkte $\Phi_{\Gamma}(r)$ erscheinen im Integranden von $V_{p_I h_I h_J p_J}$ (vgl.(12) und (7)) neben $F_o(r)$ (in (7) entspricht $v(r,r')$ dem $F_o(r)$).

Man sieht, daß durch die auf den Außenraum konzentrierte Wechselwirkung der Überlapp $\Phi_{\Gamma}(r)$ im Kerninneren nur schwach auf die



Einige typische Integranden von $V_{p_I h_I h_J p_J}$ ohne Wechselwirkung ($F_o(r)=1$ gesetzt):

$$\Phi(r)=R^{l_I}_{n_I}(r)R^{l_I}_{n_I+1}(r)R^{l_J}_{n_J}(r)R^{l_J}_{n_J+1}(r)r^2 .$$

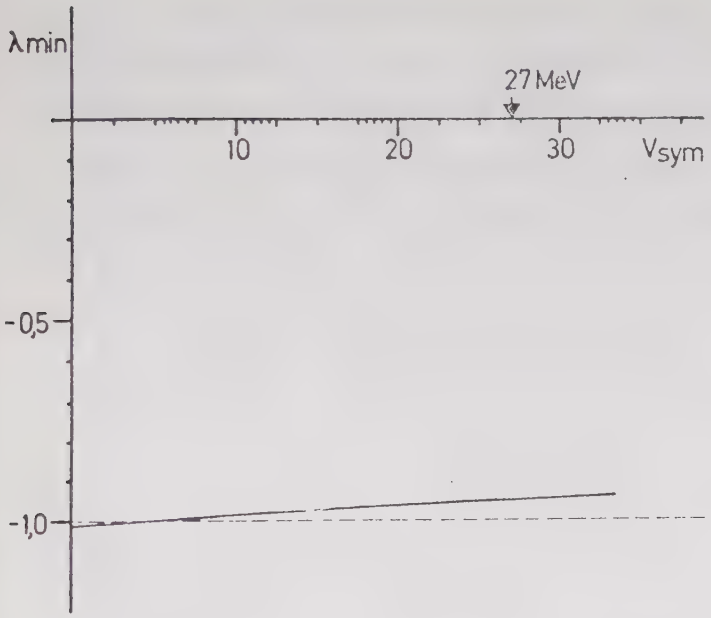
Die Wellenfunktionen $R^l_n(r)$ sind Oszillator-Wellenfunktionen, α =Oszillatorkonstante = o,4492 fm^{-1}. Das schraffierte Gebiet ist um r=6,48 fm zentriert und stellt die Diffuseness ≈ 2 fm dar (a= o,525 fm). Diese Daten stammen aus Elektronenstreuungsexperimenten. Alle Kurven $\Phi(r)$ haben denselben Ordinatenmaßstab. Die Zahlen rechts oben an jeder Kurve bedeuten die Quantenzahlen $n_I, l_I / n_J, l_J$. (6o)

Man sieht, daß $\Phi(r)$ für $r > 6,48$ fm immer positiv ist. Der größte Teil der Fläche unter $\Phi(r)$ stammt aus dem Bereich r=o....6,5 fm. Daher wirken sich Veränderungen der Wechselwirkung innerhalb dieses Gebiets am stärksten aus; z.B. eine Vergrösserung der Kompressibilität verringert die Anziehungskräfte dort. Man sieht in (39), daß bei Vergrößerung von δc, also einer Kompressibilitätserhöhung (s. (32)), die λ_{min}-Werte stark verkleinert werden. Das heißt (nach (34)), daß die Protonen dann weniger stark angeregt werden.

Vertexgröße wirkt, und umso weniger, je kleiner V_{sym} ist. Wenn V_{sym} kleiner wird, wird die Wechselwirkung zwischen gleichartigen Teilchen im Außenraum um denselben Betrag stärker, um den sie für verschiedenartige Teilchen abnimmt (siehe (58)). Da die $\Phi(r)$ für gleichartige Teilchen etwa gleich denen für verschiedenartige sind, ändert sich das Mittel über alle Matrixelemente nicht. Die Summe der Matrixelemente $V_{p_I h_I h_J p_J}/\hbar\omega$ einer Zeile oder einer Spalte stimmt, wie bereits gesagt, auf besser als 2o% mit λ_{min} überein. λ_{min} hinwieder gibt die Lage der Breathing-Mode an. Danach verändert sich alo die Lage der Breathing-Mode nicht mit einer Veränderung der Symmetricenergie (vgl. (3o), $V_{sym} \sim \beta$)

Die Symmetrieenergie sorgt aber dafür, daß sich gleichartige Teilchen im Kerninnern abstoßen. Dadurch erhalten die entsprechenden Integrale $V_{ph,p'h'}$ neben den negativen Beiträgen (von außen) auch noch positive (von innen). Die Zeilen- oder Spaltensumme und damit λ_{min} wird also -da die Matrix überwiegend negativ ist- ganz leicht weiter ins Negative verschoben, wenn man V_{sym} drastisch (z.B. um 1oo%) verkleinert (61).

(61)



Die Symmetrieenergie (bzw. V_{sym}) beeinflußt die Lage der Breathing-Mode wenig.

Bei λ_{min}=o läge die Breathing-Mode bei 14 MeV, bei λ_{min}=-1 läge sie bei o MeV.

Daten der Berechnung :

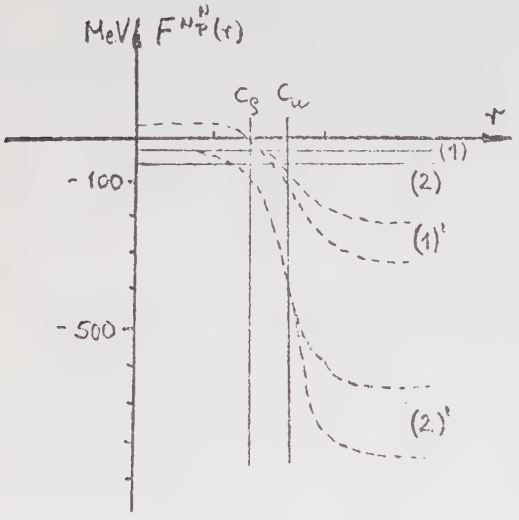
c_u=7,48 fm, a_u=o,65 fm, V_o=-53 MeV
c_ϱ=6,48 fm, a_ϱ= o,65 fm, ϱ_o=o,168 fm^{-3}
α=o,4492 fm^{-1}

(2) Einfluß vom Unterschied Δc zwischen Dichte-und Potentialradius und von der Einteilchen-Potential-Tiefe V_o

Bei $\Delta c = o$ ist die Wechselwirkung ortsunabhängig und attraktiv. Da das Integral $V_{p_1 h_1, h_2 p_2}$

$$V_{p_1 h_1, h_2 p_2} = \int \Phi(r) \, dr \qquad (63)$$

seinen Hauptanteil von $r \lesssim c_\varsigma$ (vom "Innenraum") bezieht, wird sein Absolutwert kleiner, wenn man die Wechselwirkung im Innenraum weniger attraktiv oder sogar repulsiv macht. Das geschieht bei Erhöhung von Δc vom Wert Null an. Es ist daher einzusehen, daß eine solche Erhöhung von Δc den Absolutbetrag des Eigenwerts der Wechselwirkungsmatrix verringert.



Die Veränderung der Wechselwirkung bei Erhöhung von Δc von Null an

(1)=$F^{NN}(r)$=-26 MeV =Wechselwirkung zwischen gleichen Teilchen bei Δc=0 fm
(2)=$F^{NP}(r)$=-8o MeV =Wechselwirkung zwischen ungleichen Teilchen bei Δc=0 fm
(1)'=$F^{NN}(r)$ für $\Delta c \neq 0$ fm
(2)'=$F^{NP}(r)$ für $\Delta c \neq 0$ fm

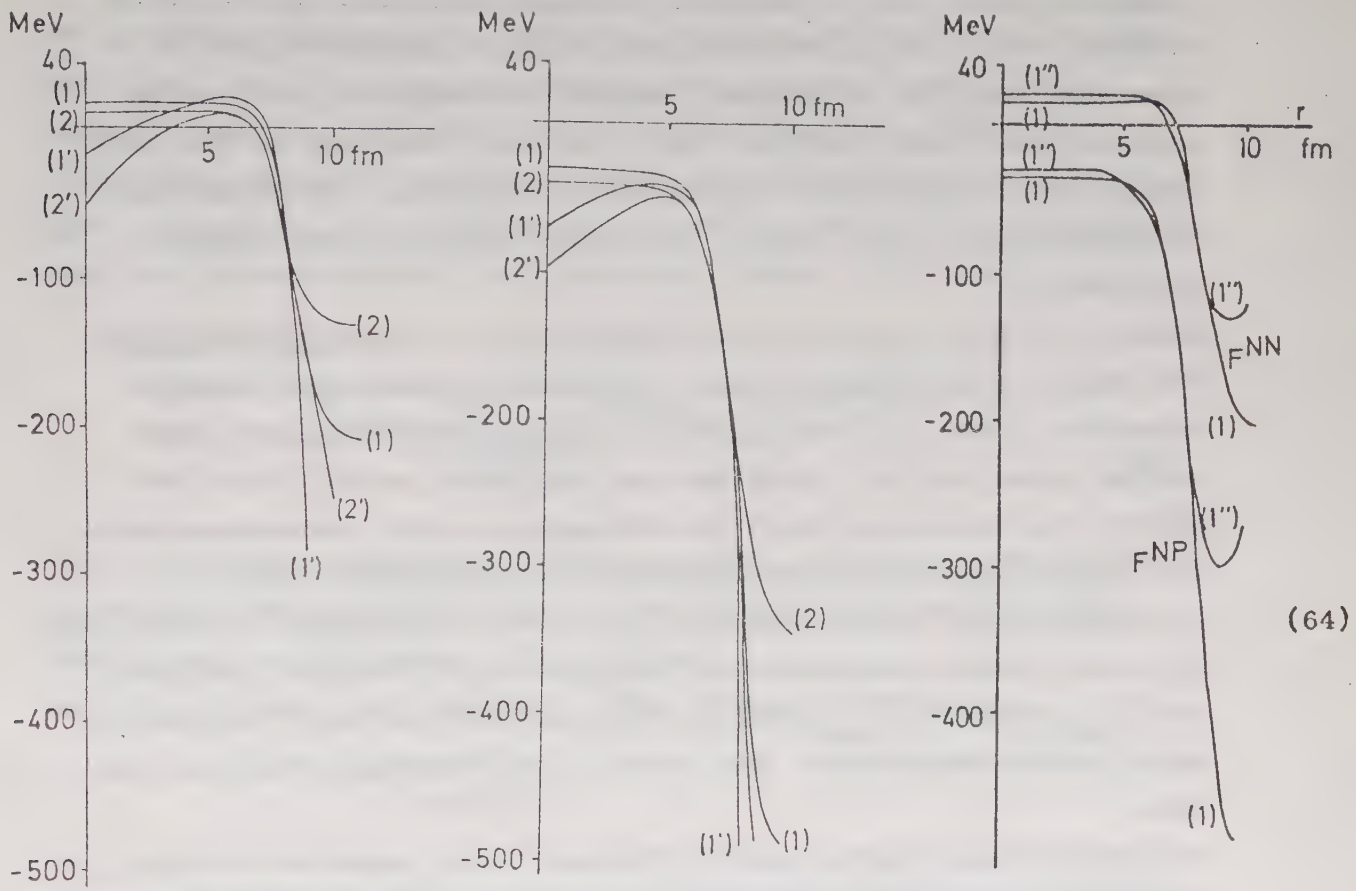
(62)

Wenn Δc =0 fm ist, ist die Wechselwirkung von r unabhängig und attraktiv. Wenn Δc von o an vergrößert wird, wird der Zentralwert der Wechselwirkungen zum Positiven hin verschoben . Die Wechselwirkung im Kernrand wird viel stärker attraktiv.

Bei weiterer Vergrößerung von Δc bleibt dann der Innenwert weitgehend unverändert, während der Anstieg weiter nach außen verlegt wird und der asymptotische Außenwert wächst.

Wenn man Δc weiter erhöht, werden die Matrixelemente zwischen gleichartigen Teilchen positiv und wachsen bei Δc-Erhöhung weiter an. Die Matrixelemente zwischen verschiedenartigen Teilchen werden weiter

ins Negative geschoben, aber weniger stark, als die anderen ins Positive, so daß die Zeilensummen der Matrix -die alle negativ sind- nach Null verschoben werden.
In (64) (wie in (32)) ist der Verlauf der Wechselwirkungsstärke für variable Δc und $\Delta a = a_u - a_\varrho$ ausgerechnet worden.



(64)

Die Änderung der Wechselwirkung mit Variation von $\Delta c = c_u - c_\varrho$ und $\Delta a = a_u - a_\varrho$

In (64a) ist die Variation von $F^{NN}(r)$ ausgerechnet worden und in (64b) die Variation von $F^{NP}(r)$:
(1)= Δc =1,2 fm , Δa =o fm, (1')= Δc =1,2 fm, Δa =+o,1 fm
(2)= Δc =o,9 fm , Δa =o fm, (2')= Δc =o,9 fm, Δa =+o,1 fm

In (64c) ist der Einfluß von negativem Δa auf $F^{NN}(r)$ und $F^{NP}(r)$ ausgerechnet worden:
(1)= Δc =1,2 fm , Δa =o fm, (1'')= Δc =1,2 fm, Δa =-o,1 fm

Man sieht, daß bei einer Erhöhung von Δc und einer Erniedrigung von Δa die abstossenden Kräfte im Kerninneren zunehmen, sowohl zwischen gleichartigen Teilchen als auch zwischen verschiedenartigen (die ziehen sich dann nämlich weniger an). Dadurch wird die Kompressibilität erhöht und der Kern stabiler gegen die Breathing-Mode. Das heißt, deren Energie wird zu höheren Werten verschoben (vgl.aber (65)). Positive Δa-Werte verringern die Kompressibilität stark und bewirken, daß der Kern instabiler gegen die Breathing-Mode wird. Das heißt, das zusätzliche Neutron im Pb 209 regt den Pb 208-Rumpf stärker an, eventuell sogar bis zum Phasenübergang (siehe Diskussion nach (12)).
Weder bei positiven noch bei negativen Δa läuft die Wechselwirkung im Außenraum gegen einen konstanten Wert wie bei Δa=Ofm.
Parameter-Werte für die Berechnung von (64): c_ϱ=6,48 fm, a_ϱ=(o,65-Δa) fm, ϱ_o=o,168fm^{-3}
c_u=6,48+Δc, a_u= o,65 fm, V_o=-53 MeV
V_{sym}=27 MeV, α=o,1492 fm^{-1}

Man erkennt in (64), daß bei einer Erhöhung von Δc die Abstossung zwischen gleichartigen Teilchen im Kerninneren leicht zunimmt und sich bis zu größeren r-Werten erstreckt (siehe (32)). Dadurch werden die Matrixelemente zwischen gleichartigen Teilchen ins Positive verschoben, obwohl die Anziehung weit außen auch zunimmt. Das geschieht aber erst bei r-Werten, wo die $\Phi(r)$ schon sehr klein sind (wo also nur noch geringe Teilchendichte anzutreffen ist (vgl.(6o))), und daher überwiegt die stärkere Abstoßung.

Anders ist die Wirkung einer Δc-Erhöhung bei verschiedenartigen Teilchen: Im Kerninneren wird die Wechselwirkung zwar weniger attraktiv, aber der Anstieg der Anziehungskraft beginnt schon weiter innen als bei gleichartigen Teilchen. Deshalb wird der Effekt vom Innenraum durch den Außenraum wieder überkompensiert. Die beiden gegenläufig arbeitenden Effekte dämpfen hier die Veränderung der Matrixelemente bei einer Δc-Variation stärker, so daß die stärkere Abstoßung der gleichartigen Teilchen den Gang von λ_{min} bestimmt. λ_{min} wird in Richtung auf die Null verschoben, oder anders ausgedrückt :Die Energie der Breathing-Mode wird erhöht.

Die abstoßenden Kräfte wachsen übrigens auch, wenndas Einteilchenpotential schwächer wird (siehe (29) und (54)). Eine Verringerung des Einteilchenpotentials oder eine Vergrößerung des Δc bewirkt, daß die Kompressibilität größer wird (siehe (3o), $F_o^{NN}(r=o)+F_o^{NP}(r=o) < 0$ und diese Summe wird dabei im Absolutbetrag kleiner. Sie wird von $2/3\,\varepsilon_f$ abgezogen, die Differenz ist die Kompressibilität.) Kerne mit größerer Kompressibilität liegen im Grundzustand also energetisch weiter von der Breathing-Mode entfernt.

(3) Der Einfluß vom Radius der Dichteverteilung

Da in diesen Diskussionen nur ein Gefühl dafür vermittelt werden soll, wie sich die Parameteränderungen auf das Ergebnis auswirken, kann hier die Diskussion dadurch vereinfacht werden, daß ϱ_0 als konstant angenommen wird. In den Berechnungen wird es aber nötig sein, ϱ_0 in Abhängigkeit von c_ϱ und a_ϱ so zu variieren, daß das Volumenintegral (65) konstant bleibt (vgl.(25)) :

$$\int 4\pi \frac{\varrho_0}{1+\exp\frac{r-c_\varrho}{a_\varrho}} r^2 dr = A = 208 \qquad (65)$$

In der folgenden Abbildung (66), in der ϱ_0 konstant gehalten wird, würde die Bedingung (65) eine 15-prozentige Verkleinerung der Ordinatenwerte der Kurve (2) verlangen.
An (54) erkennt man zunächst, daß wegen des Faktors

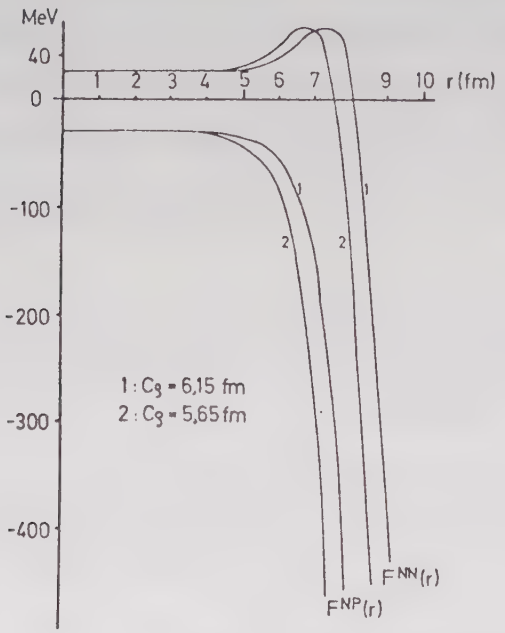
$$(1+\Delta c/c_\varrho)$$

eine c_ϱ-Erniedrigung die gleiche Veränderung der Klammer bewirkt wie eine prozentual gleiche Δc-Erhöhung. Die Wirkung ist in beiden Fällen eine Vertiefung des effektiven Einteilchenpotentials,

$$V_o^{eff} = V_o(1+\Delta c/c_\varrho)$$

und das führt zu einer Erniedrigung von λ_{min}. 3o% Erhöhung in $\Delta c/c_\varrho$ verkleinert λ_{min} um etwa 1o% (λ_{min} ist negativ und wird dadurch noch weiter ins Negative geschoben, das System also näher an den Phasenübergang gebracht).
In die gleiche Richtung wird λ_{min} noch durch eine zweite, weit stärker wirksame Folge der c_ϱ-Verkleinerung geschoben (siehe (66)):

Der Abfall der Wechselwirkung vom etwa konstanten Innenwert beginnt recht genau um den Betrag früher, um den c_ϱ kleiner wird. Dadurch



(66)

Die Veränderung der Wechselwirkungsstärken für variables c_ϱ und festes Δc
Vergleiche dazu (52a), dort war c_ϱ fest und Δc variabel

Man sieht, daß die Kurven einfach weiter nach innen geschoben werden, wenn man c_ϱ verkleinert. Dadurch werden die anziehenden Kräfte zwischen den Teilchen verstärkt und damit der Kern steifer gegen die Breathing-Mode.
Daten für die Berechnung:
c_ϱ = 6,15 fm (1) und 5,65 fm (2), a_ϱ = o,7 fm = a_u , Δc = 2,2 fm,
V_o = -49 MeV, V_{sym} = 27 MeV, ϱ_o = o,168 fm^{-3}, α = o,4492 fm^{-1}

werden die Matrixelemente weiter ins Negative geschoben, d.h. die negativen werden noch kleiner und die positiven laufen in Richtung auf die Null zu. Als Folge davon wird λ_{min} auch weiter verkleinert.
In (39) hat man bei der c_ϱ-Variation das c_u festgehalten. Dabei wird für kleinere c_ϱ das Δc gleichzeitig vergrößert.
Aus dem vorigen Abschnitt ist bekannt, daß als Folge der Δc-Er-

höhung die Kompressibilität erhöht wird, weil dabei im Kerninneren die Abstoßung verstärkt wird. Bei einer Kompressibilitätserhöhung wird der Kern steifer gegen die Breathing-Mode bzw. das λ_{min} läuft auf 0 zu.
Die umgekehrte Wirkung hat die gleichzeitige c_ϱ-Erniedrigung. Dabei wirkt diese hauptsächlich auf Matrixelemente zwischen Teilchen, die noch mit großer Wahrscheinlichkeit am Rand liegen. Die Kompressibilitätserhöhung wirkt hauptsächlich auf Teilchen im Kerninneren.
Obwohl die Matrixelemente wegen dieser gegenläufigen Wirkungen je nach der Lage der beteiligten Teilchen sowohl zu kleineren als auch zu größeren Werten verschoben werden, überwiegt in dem in (39) verwendeten Parameterbereich die Verkleinerung der Matrixelemente.
Daher werden bei dieser c_ϱ-Verkleinerung die -negativen- λ_{min}-Werte weiter verkleinert und dabei die Amplituden der Teilchen-Loch-Anregungen größer.
In (39) ist ϱ_o noch von (c_ϱ, a_ϱ) abhängig gewählt worden, indem man das Volumenintegral

$$\int 4\pi \frac{\varrho_o}{1+\exp\frac{r-c_\varrho}{a_\varrho}} r^2 dr = A = 208$$

konstant wählt. Für größere Volumina (z.B. bei c_ϱ-Vergrößerung) wird die Nukleonendichte kleiner, damit insgesamt im ganzen Kernvolumen immer 208 Teilchen sind. Diese ϱ_o-Veränderung mit c_ϱ führt zu demnicht monotonen Verlauf von λ_{min} bei Veränderung von allein c_ϱ mit entsprechender Δc-Veränderung, so daß c_u gleich bleibt.
Die Kompressibilitätserhöhung wirkt sich aber ungeschwächt aus, wenn man c_ϱ in (39) konstant hält und die Kompressibilität durch Vergrößern der Kernrandschicht (also durch a_ϱ-Vergrößerung) steigert (siehe (64)).

Die Kompressibilität wird, wie man aus (3o) sieht, durch die geringe Verkleinerung von $\Delta a'$ (siehe (64)), ausgehend von $\Delta a=o$ bis $\Delta a \approx -o,15$ fm, leicht vergrößert. Die Veränderung von F_o außen wirkt sich nur noch ganz wenig auf die Matrix aus, weil das $\Phi(r)$ (siehe (59),(6o),(63)) außen schon sehr klein ist.

SCHLUSSBETRACHTUNG

Man erhält mit der effektiven Wechselwirkung von Groß im Rahmen der Näherungen, die in dieser Arbeit gemacht worden sind, Werte für die Isotopieverschiebung, die mit dem Experiment übereinstimmen, wenn man optische Potentialradien von 7,5 bis 8 fm annimmt. Das ist für Blei im Bereich der gemessenen Werte.
Eine Variation der Dichteparameter wirkt sich nur schwach auf das Ergebnis aus. Während der experimentell bekannte Potentialparameterbereich durch Errechnen der experimentell bestimmten Isotopieverschiebung eingeschränkt werden kann, bleibt also für Dichteparameter, die vernünftige Isotopieverschiebungen liefern, noch ein großer Bereich offen.
Für eine Reproduktion der Isotopieverschiebung scheint es hauptsächlich wichtig zu sein, daß die Wechselwirkungsstärke im Innenraum abgesenkt wird. Das wird durch Ansatz auch bei der sogenannten dichteabhängigen Wechselwirkung von Migdal so eingerichtet, die ebenfalls die experimentell beobachtete Isotopieverschiebung bringt.
Man erhält durch die Absenkung der Anziehungskräfte im Kerninnern sowohl bei der Migdal- als auch bei der Groß-Wechselwirkung realistische Werte für die Kompressibilität und die Symmetrieenergie im Zentrum des Bleikerns. Die geringfügigen Unterschiede in der Kompressibilität und die relativ großen Abweichungen im detailierten Verlauf der Kräfte wirken sich auf den mittleren quadratischen Radius nur wenig aus. Ob sie die Lage der Breathing-Mode verändern, bleibt offen.

LITERATURVERZEICHNIS

Anderson ..... Anderson,H.L.,C.K. Hargrove, E.P. Hincks, J.D. McAndrew, R.J. McKee, R.D. Barton, D. Kessler "Precise measurement of the muonic X-rays in the lead isotopes", preprint April 1, 1969

Anderson..... Anderson,H., Proc. of the Internat. Conference on electromagnetic sizes of nuclei, Ottawa, Canada (1967)

Baranger ..... Proc. of the Internat. School of Physics "Enrico Fermi", Course XL (1967),pp.511 f (Academic Press (1969))

Barrett .....Barrett, R.C. Nucl.Phys.88 (1966),128-136

Barrett .....Barrett, R.C. "Shapes of Nuclei", Proc. of the Internat. Conf. on Properties of Nuclear States (Montreal 1969),p.1o9-123, Les Presses de l'Université de Montréal, C.P.6128, Montréal 1o1, Canada (1969)

Batty.....Batty et al. Nucl. Phys. A 133 (1969), 673

Bauer .....Bauer, R.,J. Speth, V.Klemt, P.Ring, E.Werner and T.Yamazaki , Nucl.Phys.A2o9 (1973)p.535-556

Becchetti ..... Becchetti et al. Phys.Rev. 182 (1969), 119o

Bellicard ..... Bellicard, J.B. et al. Phys.Rev.Letters 19 (1967), 242

Blomqvist .....Blomqvist, J. Nucl.Phys. A 1o3 (1967),644-656

Dost .....Dost ,M. et al. Nucl.Phys.93 (1967),357 auch Zafiratos et al. Phys.Rev.Letters 14, (1965), 913

Easlea .....Easlea, B.R. "Lectures on the many-body-problem and its relation to nuclear physics", Preprint , Department of Physics, University of Pittsburg (June 1963)., erhältlich von der Bibliothek des Hahn-Meitner-Instituts, Bereich Physik

Gillet..... Gillet, V. et al. Phys.Letters 11 (1964),44

Groß ..... Groß, D.H.E. Phys.Letters 3oB (1969),16

Hodgson ..... Hodgson, P.E. Annual Review of Nuclear Science 17 (1967),1

Hodgson (b)..... Wilmore, D. and Hodgson, P.E. Nucl.Phys. 55 (1964),673

Jakubaßa ..... Jakubaßa, D. "Breathing-Modes", Diplomarbeit am Institut für Theoretische Physik der Techn. Universität München (1972)

Jeans ..... Jeans,A.F. et al. Nucl.Phys. A 128 (1969), 224

Lande..... Lande, A. et al. Nucl.Phys. A 115 (1968), 241

Landgraf.....Landgraf Chr. und G.Schneider "Elemente der Regelungstechnik " Kapitel:Lineare Übertragungssysteme, Springer (197o)

Landolt,Börnstein Landolt,Börnstein "Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaft und Technik" Neue Serie, Bd.2 "Kernradien", Springer (1967)

Mayer,Jensen..... Mayer, M. und J.H.D. Jensen "Elementary Theory of Nuclear Shell-Structure", Wiley (1955)

Migdal(1967)..... Migdal, A.B. "Theory of Finite Fermi-Systems" and Applications to Atomic Nuclei", Interscience Publishers, Wiley (1967)

Migdal(1968) .... Migdal, A.B. "Nuclear Theory: The Quasiparticle Method", Benjamin (1968)

Perey..... Perey, F.G. Phys.Rev. 131(1963), 745

Ring ..... Ring, P. et al. Phys.Letters

Ring et al. Nucl.Phys. A 2o6 (1973), 97

Rost..... Rost, E. Phys.Letters 26B (1968), 184

Zurmühl ..... Zurmühl, R. "Matrizen und ihre technischen Anwendungen" Springer (1964)

Diese Arbeit wurde in der Theoretischen Abteilung des Bereichs Kern- und Strahlenphysik am Hahn-Meitner-Institut für Kernforschung ausgeführt.

Bei ihrer Anfertigung haben mir B.Bohne, S.C.K.Nair, A.Valentien und vor allem D.H.E.Groß sehr geholfen.
Ihnen sei herzlich gedankt.

LEBENSLAUF

Am 7. April 1941 wurde ich als Sohn des Diplom-Ingenieurs Hans Gruber und seiner Ehefrau Ruth in Stettin (Pommern) geboren. Nach der Volksschulzeit in Knapsack / Rheinland besuchte ich den altsprachlichen Zweig des Gymnasiums in Brühl bei Köln. Im Anschluß an das Abitur im Frühjahr 1960 begann ich an der Justus-Liebig-Universität in Gießen Physik zu studieren. Nach dem Vordiplom 1962 absolvierte ich ein Industriepraktikum und wechselte an die Technische Universität Berlin über. 1965 war ich in den Sommerferien Ferienstudent beim Europäischen Kernforschungszentrum (CERN) in Genf. Meine Studienarbeit (über ein Shearing-Interferometer) und Diplomarbeit (über Holographie) fertigte ich am Optischen Institut der Technischen Universität an.

Nach dem Diplom 1968 trat ich in die Theoretische Abteilung des damaligen Sektors Kernphysik des Hahn-Meitner-Instituts für Kernforschung in Berlin ein.
Vor und während der Zeit meiner Diplomarbeit habe ich Studenten im Anfängerpraktikum der Physik und der Optik betreut, während meiner Dissertation habe ich wissenschaftsjournalistisch gearbeitet.